

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
**БАШКИРСКИЙ ИНСТИТУТ ТЕХНОЛОГИЙ И УПРАВЛЕНИЯ (ФИЛИАЛ)**  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО  
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ТЕХНОЛОГИЙ И УПРАВЛЕНИЯ ИМЕНИ К.Г. РАЗУМОВСКОГО  
(ПЕРВЫЙ КАЗАЧИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»**  
(БИТУ (филиал) ФГБОУ ВО «МГУТУ им. К.Г. Разумовского (ПКУ)»)

**Кафедра «Информационные технологии и системы управления»**

«Утверждаю»  
Директор БИТУ (филиал)  
ФГБОУ ВО «МГУТУ  
им. К.Г. Разумовского (ПКУ)»  
\_\_\_\_\_ Е.В. Кузнецова  
«06» февраля 2020 г.



**Рабочая программа дисциплины**

**Б1.О.02.01 – Высшая математика**

Направление подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Направленность (профиль) подготовки Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем в пищевой промышленности и отраслях агропромышленного комплекса

Квалификация выпускника – бакалавр

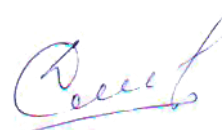
Форма обучения очно-заочная

Мелеуз 2020 г.

Рабочая программа дисциплины «**Высшая математика**» разработана на основании федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки **09.03.01 Информатика и вычислительная техника**, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 19 сентября 2017г. №929 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника», учебного плана по основной профессиональной образовательной программе высшего образования «**Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем в пищевой промышленности и отраслях агропромышленного комплекса**».

Рабочая программа дисциплины разработана группой в составе:  
к.т.н. Колязов К.А., к.п.н. Одиноква Е.В., к.ф.-м.н. Смирнов Д.Ю., к.п.н. Тучкина Л.К.,  
к.п.н. Яшин Д.Д., ст. преподаватель Остапенко А.Е.

Руководитель основной профессиональной образовательной программы кандидат физико-математических наук, доцент



Д.Ю. Смирнов

(подпись)

Рабочая программа дисциплины обсуждена и утверждена на заседании кафедры «Информационные технологии и системы управления»  
Протокол № 7 от «05» февраля 2020 года

И.о. заведующего кафедрой  
к.п.н., доцент



Е.В. Одиноква

(подпись)

## Оглавление

1. Цели и задачи дисциплины.....	4
2. Место дисциплины в структуре ОПОП.....	4
3. Требования к результатам освоения дисциплины.....	4
4. Объем дисциплины и виды учебной работы (разделяется по формам обучения).....	5
5. Содержание дисциплины «Математика» .....	6
5.1. Содержание разделов и тем дисциплины «Математика».....	6
5.2. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами.....	7
5.3. Разделы и темы дисциплины «Математика» и виды занятий.....	9
6. Перечень практических занятий .....	10
6.1. План самостоятельной работы студентов .....	11
6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов .....	13
7. Примерная тематика курсовых работ (проектов).....	30
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины .....	30
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	31
10. Образовательные технологии.....	32
11. Оценочные средства.....	32
12. Организация образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями...62	
13. Лист регистрации изменений .....	65

**1. Цели и задачи дисциплины «Математика»:** Цель учебной дисциплины заключается в получении обучающимися теоретических знаний

- Подготовка в области фундаментальной математики
- формирование общепрофессиональной компетенции (ОПК): ОПК-1.
- привитие навыков современных видов математического мышления;

Задачи учебной дисциплины

- формирование готовности использования математических методов в практической и профессиональной деятельности;
- формирование умения разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке;
- применение математических понятий при описании типовых профессиональных задач и использование математических методов при их решении.

**2. Место дисциплины в структуре ОПОП:** Учебная дисциплина «Математика» реализуется в **базовой** части основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки **09.03.01 Информатика и вычислительная техника (уровень бакалавриата) очно-заочная форма обучения.**

Изучение учебной дисциплины «Математика» базируется на знаниях и умениях, полученных обучающимися ранее в ходе освоения программного материала ряда учебных дисциплин: школьная программа по алгебре, геометрии, началам математического анализа. Необходимо также иметь хорошие навыки математических вычислений и решения задач в рамках ЕГЭ по математике.

Изучение учебной дисциплины «Математика» является базовым для последующего освоения программного материала учебных дисциплин как: «Информационные технологии», «Теория систем и системный анализ», «Электротехника и электроника» и др.

**3. Требования к результатам освоения дисциплины «Математика»:**

Процесс изучения дисциплины «Математика» направлен на формирование следующей **общепрофессиональной** компетенции: ОПК-1 в соответствии с основной профессиональной образовательной программой по направлению подготовки **09.03.01 Информатика и вычислительная техника (уровень бакалавриата) очно-заочная форма обучения.**

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:** основы линейной алгебры, элементы аналитической геометрии и математического анализа, теорию вероятности и математическую статистику, необходимые для решения профессиональных задач; сущность и специфику качественных и количественных методов исследования (ОПК-1).

**Уметь:** применять методы линейной алгебры и элементы аналитической геометрии для решения технических задач; использовать качественные и количественные методы исследования, уметь использовать основы математических знаний при оценке эффективности результатов деятельности в различных сферах (ОПК-1).

**Владеть:** навыками применения современного математического инструментария для решения профессиональных задач; способностью осваивать методики использования программных средств для решения практических задач (ОПК-1).

## Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Математика» направлен на формирование у обучающихся по программе высшего образования – программе бакалавриата – по направлению подготовки **09.03.01 Информатика и вычислительная техника (уровень бакалавриата)**, направленность (профиль) **Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем в пищевой промышленности и отраслях агропромышленного комплекса** следующей **общепрофессиональной** компетенции ОПК-1.

Код и описание компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;	ОПК-1.1 Знает основы высшей математики, физики, экологии, инженерной графики, информатики и программирования
	ОПК-1.2 Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования
	ОПК-1.3 Владеет методами теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности

### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы (разделяется по формам обучения)

Общая трудоемкость учебной дисциплины составляет 16 зачетных единиц.

#### Очно-заочная форма обучения

Вид учебной работы	Всего часов / зач. ед.	Семестры			
		1	2	3	4
<b>Аудиторные занятия (контактная работа)</b>	<b>128</b>	32	32	32	32
В том числе:					
Лекции	<b>48</b>	12	12	12	12
Практические занятия (ПЗ)	<b>80</b>	20	20	20	20
Семинары (С)					
Лабораторные работы (ЛР)					
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>358</b>	112	58	112	76
Вид промежуточной аттестации:		зачёт	экзамен	зачёт	экзамен
Контроль	<b>90</b>		54		36
<b>Общая трудоемкость (часов)</b>	<b>576</b>	144	144	144	144
зачетных единиц	<b>16</b>	4	4	4	4

для обучающихся по индивидуальному учебному плану количество часов контактной и самостоятельной работы устанавливается индивидуальным учебным планом<sup>1</sup>.

для обучающихся по индивидуальному учебному плану - учебному плану, обеспечивающему освоение соответствующей образовательной программы на основе индивидуализации ее содержания с

Дисциплина реализуется посредством проведения учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся). В соответствии с рабочей программой и тематическим планом изучение дисциплины проходит в форме контактной работы обучающихся с преподавателем и самостоятельной работы обучающихся. При реализации дисциплины предусмотрена аудиторная контактная работа и внеаудиторная контактная работа посредством электронной информационно-образовательной среды. Учебный процесс в аудитории осуществляется в форме лекций и практических занятий. В лекциях раскрываются основные темы изучаемого курса, которые входят в рабочую программу. На практических занятиях более подробно изучается программный материал в плоскости отработки практических умений и навыков и усвоения тем. Внеаудиторная контактная работа включает в себя проведение текущего контроля успеваемости (тестирование) в электронной информационно-образовательной среде.

## 5. Содержание дисциплины «Математика»

### 5.1. Содержание разделов и тем дисциплины «Математика»

НАИМЕНОВАНИЕ РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ	Перечень изучаемых элементов содержания
<b>Раздел 1. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Элементы векторной алгебры. (ОПК-1)</b>	
Тема 1.1. Матрицы и определители. Системы линейных алгебраических уравнений. Системы линейных алгебраических уравнений.	Понятие матрицы, свойства. Операции над матрицами. Определители.
	Формулы Крамера. Матричный метод. Метод Гаусса. Метод Жордано-Гаусса.
Тема 1.2. Векторы	Линейные операции над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, свойства и приложения. Линейно зависимые и независимые векторы. Базис на плоскости и в пространстве.
Тема 1.3. Кривые 2-го порядка на плоскости	Окружность. Эллипс. Гипербола. Парабола.
Тема 1.4. Прямая на плоскости. Прямая и плоскость в пространстве.	Виды уравнений прямой на плоскости. Угол между прямыми. Виды уравнений прямой и плоскости в пространстве. Угол между прямыми. Угол между плоскостями. Взаимное расположение прямых, плоскостей и прямой и плоскости.
<b>Раздел 2. Математический анализ (ОПК-1)</b>	
Тема 2.1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Функции нескольких переменных.	Свойства пределов. Первый и второй замечательные пределы.
	Правила дифференцирования. Таблица производных. Производная функции заданной параметрически. Производная функции заданной неявно. Исследование функции с помощью производной.

учетом особенностей и образовательных потребностей конкретного обучающегося (в том числе при ускоренном обучении, для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов, для лиц, зачисленных для продолжения обучения в соответствии с частью 5 статьи 5 Федерального закона от 05.05.2014 №84-ФЗ «Об особенностях правового регулирования отношений в сфере образования в связи с принятием в Российскую Федерацию Республики Крым и образованием в составе Российской Федерации новых субъектов - Республики Крым и города федерального значения Севастополя и о внесении изменений в Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации»).

	Функции нескольких переменных. Область определения. Предел. Непрерывность. Частные производные 1-го и второго порядков. Экстремум функции 2-х переменных.
Тема 2.2. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Кратные интегралы.	Неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование. Метод подстановки. Метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических функций.
	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Формула интегрирования по частям. Приложения определенных интегралов.
	Криволинейные интеграл. Двойные интегралы. Тройные интегралы. Поверхностные интегралы. Приложения.
<b>Раздел 3. Ряды. Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОПК-1)</b>	
Тема 3.1. Дифференциальные уравнения.	Дифференциальные уравнения первого порядка.
	Дифференциальные уравнения высших порядков
Тема 3.2. Ряды.	Числовые ряды. Ряды с положительными членами. Знакопередающиеся ряды. Функциональные ряды, степенные ряды.
	Приближенные вычисления значений функций с помощью степенных рядов. Применение степенных рядов к вычислению пределов и определенных интегралов. Ряд Фурье. Комплексные числа. Интеграл Фурье.
<b>Раздел 4. Теория вероятностей и математическая статистика (ОПК-1)</b>	
Тема 4.1. Случайные события. Алгебра событий. Основные формулы теории вероятностей	История развития, современные направления.
	Формулы классической вероятности, теоремы сложения и умножения, формула полной вероятности, формулы Байеса, формула Бернулли. Асимптотические формулы
Тема 4.2. Случайные величины.	Дискретные и непрерывные случайные величины, числовые характеристики, законы распределения
Тема 4.3. Предмет математической статистики. Статистические методы	Генеральная совокупность. Выборка и способы ее организации. Оценки параметров.
	Статистическое оценивание и проверка гипотез, статистические методы обработки экспериментальных данных.

## 5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ разделов и тем данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин (вписываются разработчиком)		
1.	Информационные технологии	Раздел 1. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия.	Раздел 2. Математический анализ. Тема 2.2.	

		<p>Элементы векторной алгебры. Тема 1.1. Матрицы и определители. Системы линейных алгебраических уравнений. Системы линейных алгебраических уравнений.</p>	<p>Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Раздел 3. Дифференциальные уравнения. Ряды Тема 3.1. Дифференциальные уравнения. Тема 3.2. Ряды.</p>	
2.	Теория систем и системный анализ	<p>Раздел 1. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Элементы векторной алгебры. Тема 1.1. Матрицы и определители. Системы линейных алгебраических уравнений. Системы линейных алгебраических уравнений.</p>	<p>Раздел 2. Математический анализ. Тема 2.2. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Раздел 3. Дифференциальные уравнения. Ряды Тема 3.1. Дифференциальные уравнения. Тема 3.2. Ряды.</p>	<p>Раздел 4. Предмет математической статистики. Статистические методы Тема 4.3. Предмет математической статистики. Статистические методы</p>
3.	Электротехника и электроника		<p>Раздел 2. Математический анализ. Тема 2.2. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Кратные интегралы. Раздел 3. Дифференциальные уравнения. Ряды Тема 3.1. Дифференциальные уравнения. Тема 3.2. Ряды.</p>	



### 5.3. Разделы и темы дисциплины «Математика» и виды занятий

Очно-заочная форма обучения

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Виды занятий в часах				
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	СРС	Всего
1.	<b>Раздел 1. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Элементы векторной алгебры</b>	Тема 1.1. Матрицы, действия над матрицами. Определители, свойства определителей Решение систем линейных алгебраических уравнений.	4	6	-	32	42
2.	<b>Раздел 1. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Элементы векторной алгебры</b>	Тема 1.2. Векторы. Операции над векторами. Векторные пространства. Линейная зависимость. Базис и ранг. Разложение вектора по базису.	4	6	-	32	42
3.	<b>Раздел 1. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Элементы векторной алгебры</b>	Тема 1.3 Прямая на плоскости. Кривые второго порядка	4	6	-	32	42
4.	<b>Раздел 1. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Элементы векторной алгебры</b>	Тема 1.4. Прямая в пространстве. Плоскость. Поверхности второго порядка	4	6	-	34	44
5.	<b>Раздел 2. Математический анализ</b>	Тема 2.1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Функции нескольких переменных.	5	8	-	32	45
6.	<b>Раздел 2. Математический анализ</b>	Тема 2.2. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Кратные интегралы.	5	8	-	34	47
7.	<b>Раздел 3. Ряды. Обыкновенные дифференциальные уравнения</b>	Тема 3.1. Дифференциальные уравнения.	5	8	-	32	45
8.	<b>Раздел 3. Ряды. Обыкновенные дифференциальные уравнения</b>	Тема 3.2. Ряды	5	8	-	32	45

9.	<b>Раздел 4. Теория вероятностей и математическая статистика</b>	Тема 4.1. Случайные события. Алгебра событий. Основные формулы теории вероятностей	4	8	-	32	44
10.	<b>Раздел 4. Теория вероятностей и математическая статистика</b>	Тема 4.2. Случайные величины	4	8	-	34	46
11.	<b>Раздел 4. Теория вероятностей и математическая статистика</b>	Тема 12.3. Предмет математической статистики. Статистические методы.	4	8	-	32	44

**Формы учебных занятий с использованием активных и интерактивных технологий обучения**

№	Наименование разделов (тем), в которых используются активные и/или интерактивные образовательные технологии	Образовательные технологии
1.	Раздел 1 Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Элементы векторной алгебры. Раздел 2. Математический анализ. Раздел 3. Ряды. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Раздел 4. Теория вероятностей и математическая статистика	Лекция-визуализация, практические занятия
2.	Раздел 1 Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Элементы векторной алгебры. Раздел 2. Математический анализ. Раздел 3. Ряды. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Раздел 4. Теория вероятностей и математическая статистика	Промежуточная аттестация (тестирование)

**6. Перечень практических занятий**

Очно-заочная форма обучения

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование практических занятий	Трудовое время (час.)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1.	Раздел 1. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Элементы векторной алгебры.	1. Матрицы и определители. Системы линейных алгебраических уравнений. Системы линейных алгебраических уравнений. 2 Векторы. 3.Кривые 2-го порядка на плоскости 4. Прямая на плоскости. Прямая и плоскость в пространстве.	24	Устный опрос, тест	ОПК-1
2.	Раздел 2. Математический анализ	1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Функции нескольких переменных. 2. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. 3. Кратные интегралы.	16	Устный опрос, тест	ОПК-1

3.	Раздел 3. Ряды. Обыкновенные дифференциальные уравнения	1. Дифференциальные уравнения. 2. Ряды	16	Устный опрос, тест	ОПК-1
4.	Раздел 4. Теория вероятностей и математическая статистика	1. Случайные события. Алгебра событий. Основные формулы теории вероятностей. 2. Случайные величины. 3. Предмет математической статистики. Статистические методы	12	Устный опрос, тест	ОПК-1

### 6.1. План самостоятельной работы студентов

#### Очно-заочная форма обучения

№ п/п	Раздел, тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1	2	3	4	5	6
1.	<b>Раздел 1 Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Элементы векторной алгебры.</b>	Подготовка к лекционным и практическим занятиям, самостоятельное изучение раздела в ЭИОС	Подготовка к устным вопросам, решение практических заданий	Математика в примерах и задачах: учеб. пособие / О.М. Дегтярева, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, С.Н. Нуриева. — М.: ИНФРА-М, 2017. — 372 с. <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=896720">http://znanium.com/bookread2.php?book=896720</a> Математика: Учебное пособие / Филипова Е.Е. - Вологда: ВИПЭ ФСИН России, 2015 <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=899484">http://znanium.com/bookread2.php?book=899484</a> Высшая математика: Учебник / Шипачев В.С. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015 <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=469720">http://znanium.com/bookread2.php?book=469720</a>	76
2.	<b>Раздел 2. Математический анализ</b>	Подготовка к лекционным и практическим занятиям, самостоятельное изучение раздела в	Подготовка к устным вопросам, решение практических	Математика в примерах и задачах: учеб. пособие / О.М. Дегтярева, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, С.Н. Нуриева. — М.: ИНФРА-М, 2017. — 372 с. <a href="http://znanium.com/bookread2.ph">http://znanium.com/bookread2.ph</a>	72

		ЭИОС	заданий	<p><a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=896720">p?book=896720</a> Математика: Учебное пособие / Филипова Е.Е. - Вологда: ВИПЭ ФСИН России, 2015 <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=899484">http://znanium.com/bookread2.php?book=899484</a></p> <p>Высшая математика: Учебник / Шипачев В.С. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015 <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=469720">http://znanium.com/bookread2.php?book=469720</a></p>	
3.	<b>Раздел 3. Ряды. Обыкновенные дифференциальные уравнения</b>	Подготовка к лекционным и практическим занятиям, самостоятельное изучение раздела в ЭИОС	Подготовка к устным вопросам, решение практических заданий	<p>Математика в примерах и задачах: учеб. пособие / О.М. Дегтярева, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, С.Н. Нуриева. — М.: ИНФРА-М, 2017. — 372 с. <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=896720">http://znanium.com/bookread2.php?book=896720</a></p> <p>Математика: Учебное пособие / Филипова Е.Е. - Вологда: ВИПЭ ФСИН России, 2015 <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=899484">http://znanium.com/bookread2.php?book=899484</a></p> <p>Высшая математика: Учебник / Шипачев В.С. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015 <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=469720">http://znanium.com/bookread2.php?book=469720</a></p>	40
4.	<b>Раздел 4. Теория вероятностей и математическая статистика</b>	Подготовка к лекционным и практическим занятиям, самостоятельное изучение раздела в ЭИОС	Подготовка к устным вопросам, решение практических заданий	<p>Математика в примерах и задачах: учеб. пособие / О.М. Дегтярева, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, С.Н. Нуриева. — М.: ИНФРА-М, 2017. — 372 с. <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=896720">http://znanium.com/bookread2.php?book=896720</a></p> <p>Математика: Учебное пособие / Филипова Е.Е. - Вологда: ВИПЭ ФСИН России, 2015 <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=899484">http://znanium.com/bookread2.php?book=899484</a></p> <p>Высшая математика: Учебник / Шипачев В.С. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015 <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=469720">http://znanium.com/bookread2.php?book=469720</a></p>	36

## 6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Освоение обучающимся учебной дисциплины «Математика» предполагает изучение материалов дисциплины на аудиторных занятиях и в ходе самостоятельной работы. Аудиторные занятия проходят в форме лекций, семинаров и практических занятий. Самостоятельная работа включает разнообразный комплекс видов и форм работы обучающихся.

### Методические указания по подготовке к материалам лекций

Подготовка к учебному занятию лекционного типа заключается в следующем.

С целью обеспечения успешного обучения обучающийся должен готовиться к лекции, поскольку она является важнейшей формой организации учебного процесса, поскольку:

- знакомит с новым учебным материалом;
- разъясняет учебные элементы, трудные для понимания;
- систематизирует учебный материал;
- ориентирует в учебном процессе.

С этой целью:

- внимательно прочитайте материал предыдущей лекции;
- ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям с темой прочитанной лекции;

- внесите дополнения к полученным ранее знаниям по теме лекции на полях лекционной тетради;

- запишите возможные вопросы, которые вы зададите лектору на лекции по материалу изученной лекции;

- постарайтесь уяснить место изучаемой темы в своей подготовке;

- узнайте тему предстоящей лекции (по тематическому плану, по информации лектора) и запишите информацию, которой вы владеете по данному вопросу

*Раздел 1. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Элементы векторной алгебры.*

Цель: знать определение матриц и определителей, уметь выполнять действия над матрицами, уметь вычислять определители, применять свойства определителей, уметь решать системы линейных уравнений методами Крамера, обратной матрицей и методом Гаусса, уметь решать системы линейных однородных уравнений, владеть приемами применения матриц и решений систем уравнений при решении профессиональных задач, знать определение понятия вектора, векторного пространства, выполнять операции над векторами, уметь определять линейную зависимость векторов, базис и ранг, уметь составлять различные виды уравнений прямой на плоскости, находить угол между прямыми, проверять условия параллельности и перпендикулярности прямых, приводить уравнения кривых второго порядка к каноническому виду, уметь составлять различные виды уравнений прямой и плоскости в пространстве, уметь угол между прямыми и плоскостями, углы между прямой и плоскостью, знать условия параллельности и перпендикулярности прямых, плоскостей, уметь приводить уравнения поверхностей второго порядка к каноническому виду и строить их.

Вопросы для самоподготовки:

1. Каковы основные свойства определителей?
2. Что называется минором и алгебраическим дополнением?
3. Каковы способы вычисления определителей?
4. Что называется матрицей? Приведите примеры.
5. Какие действия установлены над матрицами? Как они определяются и каковы их основные свойства?

6. Какая матрица называется обратной для данной матрицы  $A$ ? Для любой ли матрицы существует обратная? Если нет, то какому условию должна удовлетворять данная матрица, чтобы для неё существовала обратная матрица? Как найти обратную матрицу?
7. Что называется рангом матрицы?
8. Какой вид имеют формулы Крамера и в каком случае они применяются?
9. При каком условии система линейных уравнений имеет единственное решение?
10. Опишите матричный способ решения систем линейных уравнений.
11. В чём состоит сущность метода Гаусса для исследования и решения системы линейных уравнений? Опишите схему его применения.
12. Каково условие совместности систем линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли)?
13. Каково условие определённости и неопределённости совместной системы?
14. Дайте определение линейного пространства и приведите примеры линейных пространств. Что называется вектором?
15. Дайте определение линейной зависимости и независимости системы векторов.
16. Что называется размерностью линейного пространства? Приведите примеры.
17. Что называется скалярным произведением векторов? Каковы его свойства и выражение через координаты векторов-сомножителей?
18. Что называется векторным произведением векторов? Каковы его свойства и выражение через координаты векторов-сомножителей?
19. Каковы условия коллинеарности и перпендикулярности двух векторов и как они выражаются через координаты векторов?
20. Что называется смешанным произведением векторов? Каковы его свойства и выражение через координаты векторов-сомножителей?
21. Каковы условия компланарности трёх векторов и как они выражаются через координаты векторов?
22. Какие виды уравнения прямой на плоскости вам известны?
23. Как найти угол между прямыми на плоскости?
24. Как проверить условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости?
25. Какой вид имеет каноническое уравнение эллипса?
26. Какой вид имеет каноническое уравнение гиперболы?
27. Какой вид имеет каноническое уравнение параболы?
28. Какие виды уравнения прямой в пространстве вам известны?
29. Как найти угол между прямыми в пространстве?
30. Как проверить условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве?
31. Какие виды уравнения плоскостей вам известны?
32. Как найти угол между плоскостями?
33. Как проверить условия параллельности и перпендикулярности плоскостей?
34. Как найти угол между прямой и плоскостью?
35. Какие взаимные расположения прямой и плоскости вам известны, как их установить?
36. Какие поверхности второго порядка вам известны, приведите их канонические уравнения?

## *Раздел 2. Математический анализ*

Цель: знать определение функции, способы задания функции, знать определения понятий предел числовой последовательности и предел функции, уметь вычислять пределы числовых последовательностей и функций, уметь определять точки разрыва,

владеть приемами вычисления пределов, знать определение производной, её геометрическое, механическое и экономическое приложения, уметь вычислять производные элементарных функций, сложных, обратных, параметрических функций, уметь находить промежутки возрастания и убывания функций, уметь находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке, уметь находить интервалы выпуклости и вогнутости и точки перегиба кривой, знать определение функции нескольких переменных, уметь вычислять частные производные функций нескольких переменных, уметь находить экстремумы функций одной независимой переменной и нескольких независимых переменных, владеть приемами применения производной к решению экономических задач, знать определение первообразной и неопределенного интеграла, знать свойства неопределенного интеграла, уметь вычислять неопределенные интегралы основными методами интегрирования, знать определение определенного интеграла, знать свойства, уметь вычислять определенные интегралы, знать приложения определенного интеграла, знать определение несобственного интеграла и уметь их вычислять, знать определения двойного интеграла, уметь их вычислять, знать их приложения; знать определение тройного интеграла, уметь их вычислять и знать их приложения, знать определение криволинейного интеграла, уметь их вычислять и знать их приложения, знать определения поверхностных интегралов, уметь их вычислять и знать их приложения.

Вопросы для самоподготовки:

1. Что называется функцией?
2. Что называется областью определения функции?
3. Перечислите основные элементарные функции.
4. Что называется пределом числовой последовательности?
5. Что называется пределом переменной, пределом функции?
6. Что называется бесконечно малой функцией?
7. Поясните графически первый замечательный предел?
8. Перечислите основные приемы раскрытия неопределенностей возникающих при вычислении пределов функций.
9. Дать определение производной.
10. Геометрический смысл производной.
11. Механический смысл производной.
12. Какая функция называется непрерывной в точке?
13. Какая точка называется точкой разрыва I рода, II рода (в чём отличие)?
14. Что является наибольшим и наименьшим значением функции на отрезке?
15. В чем заключается правило Лопиталя? Приведите примеры.
16. Каковы признаки возрастания и убывания функции?
17. Как найти максимум и минимум функции?
18. Как находится интеграл выпуклости и вогнутости и точки перегиба кривой, заданной уравнением  $y = f(x)$ .
19. Что называется неопределенным первообразной?
20. Что называется неопределенным интегралом?
21. Каковы основные методы интегрирования функций?
22. Метод непосредственного интегрирования.
23. Метод интегрирования по частям.
24. Метод замены переменной.
25. Интегрирование рациональных дробей.
26. Интегрирование иррациональных функций.
27. Интегрирование трансцендентных функций.
28. Сформулируйте определения функции двух и трех переменных.

29. Как можно геометрически изобразить функцию двух переменных?
30. Сформулируйте определения частных производных.
31. Как определяется экстремум функции двух переменных?
32. Определённый интеграл как предел интегральной суммы. Теорема существования, основные свойства
33. Теорема об оценке определённого интеграла, теорема о среднем.
34. Производная интеграла по верхнему переменному пределу. Формула Ньютона-Лейбница
35. Вычисление определённого интеграла заменой переменного; интегрирование по частям.
36. Вычисление площади плоских фигур; длины дуги, объёма тела вращения.
37. Вычисление координат центра тяжести плоской фигуры.
38. Определение несобственного интеграла первого рода.
39. Определение несобственного интеграла второго рода.
40. Приложения несобственных интегралов.
41. Двойной интеграл и его свойства.
42. Замена переменных в двойном интеграле.
43. Вычисление площади плоских фигур и объёмов тел, площади криволинейной поверхности при помощи двойного интеграла. Применение двойных интегралов к решению физических задач: вычисление масс, статических моментов, координат центров масс, моментов инерции.
44. Тройной интеграл и его свойства.
45. Замена переменных в тройном интеграле. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах.
46. Применение тройного интеграла к решению физических задач. Понятие кратного интеграла.
47. Задача о массе материальной кривой. Криволинейный интеграл I рода, его свойства и вычисление. Задача о работе переменной силы на криволинейном пути.
48. Криволинейный интеграл II рода, его свойства и вычисление.
49. Формула Грина для односвязных и многосвязных областей. Вычисление площади плоских фигур с помощью криволинейного интеграла.
50. Задача о массе материальной поверхности. Поверхностный интеграл I рода, его свойства и вычисление.
51. Поверхностный интеграл II рода и его физических смыслов. Свойства поверхностного интеграла и вычисление его сведением к двойным интегралам.

### *Раздел 3. Ряды. Обыкновенные дифференциальные уравнения*

Цель: знать определение дифференциальных уравнений, уметь решать все виды дифференциальных уравнений первого порядка, знать приложения дифференциальных уравнений, знать определения дифференциальных уравнений второго порядка допускающих понижение порядка и уметь их решать, знать определения линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, уметь их решать, знать их приложения, знать определение числового, знакопеременного и степенного ряда, уметь определять сходимость числовых и знакопеременных рядов, уметь находить радиус и интервал сходимости степенного ряда, знать приложения рядов, знать определение ряда Фурье, уметь определять сходимость ряда Фурье, знать приложения.

Вопросы для самоподготовки:

1. Понятие дифференциального уравнения (обыкновенного). Порядок уравнения. Общее и частное решения.



2. Дифференциальное уравнение 1-го порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения
3. Дифференциальное уравнение 1-го порядка с разделяющимися переменными.
4. Однородное дифференциальное уравнение 1-го порядка. Пример.
5. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
6. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, не содержащие в явном виде независимую переменную  $X$  (понижение порядка).
7. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, не содержащие в явном виде искомой функции  $Y$  (понижение порядка).
8. Однородное линейное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
9. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Общее и частное решения. Задача Коши.
10. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида  $f(x) = e^{dx}(M \cos x + N \sin x)$ .
11. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида  $f(x) = Pn(x)e^{dx}$
12. Определение числового ряда.
13. Необходимый и достаточные признаки сходимости.
14. Определение знакопеременного и знакочередующегося рядов.
15. Абсолютная и условная сходимость.
16. Определение степенного ряда.
17. Теорема Абеля. Интервал сходимости, радиус сходимости.
18. Применение степенных рядов.
19. Тригонометрический ряд и его основные свойства.
20. Как определяется сходимость ряда Фурье?
21. Ряд Фурье для четных и нечетных функций.
22. Ряд Фурье с периодом  $2l$ .
23. Приложения ряда Фурье.

#### *Раздел 4. Теория вероятностей и математическая статистика*

Цель: знать виды случайных величин, уметь решать задачи по формуле классической вероятности, знать определение суммы и произведение событий, знать формулу Пуассона, распределение Пуассона, уметь решать задачи на повторные испытания, знать определение дискретной случайной величины, законы распределения дискретной случайной величины, уметь составлять законы распределения, знать формулу и определение математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины их свойства, среднее квадратическое отклонение, уметь их вычислять; знать определение непрерывной случайной величины, законы распределения непрерывной случайной величины, уметь составлять функцию и плотность распределения непрерывной случайной величины, знать формулу и определение математического ожидания и дисперсии непрерывной случайной величины их свойства, среднее квадратическое отклонение, уметь их вычислять; знать определение системы случайных величин, уметь составлять законы распределения системы случайных величин, уметь вычислять числовые характеристики системы двух случайных величин, знать понятие распределение частот, уметь составлять распределение частот, знать определение эмпирической функции, уметь составлять эмпирическую функцию, знать определения полигона и гистограммы, уметь их строить, знать понятие оценки, уметь находить точечные и интервальные оценки, знать понятие статистическая гипотеза, уметь применять статистический критерий проверки нулевой гипотезы, находить ошибки первого и второго рода, уметь сравнивать

выборочную среднюю, дисперсию, математическое ожидание, уметь проверять гипотезы о распределении.

Вопросы для самоподготовки:

1. Классическое и статистическое определение вероятности.
2. Основные определения теории вероятностей и их виды. Независимые и зависимые, несовместные и совместные события. Полная группа событий. Непосредственный подсчёт вероятности.
3. Сумма событий. Теорема сложения вероятностей для несовместных и совместных событий.
4. Условия вероятности. Теоремы умножения для зависимых и независимых событий.
5. Формула полной вероятности. Переоценка гипотез, формулы Бейеса.
6. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.
7. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
8. Формула Пуассона как асимптотическое приближение формулы Бернулли. Редкие события.
9. Какая случайная величина называется дискретной?
10. Что является законом распределения дискретной случайной величины?
11. Что называется математическим ожиданием и дисперсией?
12. Каковы свойства математического ожидания и дисперсии?
13. По какой формуле вычисляется дисперсия?
14. Что называется средним квадратическим отклонением?
15. Функция распределения, ее свойства.
16. Плотность распределения, ее свойства.
17. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.
18. Как связаны интегральная функция распределения и плотность распределения вероятностей (дифференциальная функция распределения вероятностей)?
19. Дать определение системы случайных величин.
20. Перечислить законы распределения случайных величин.
21. Дать определение числовых характеристик системы двух случайных величин.
22. Перечислить формулы для нахождения числовых характеристик системы двух случайных величин.
23. Понятие о выборке. Генеральная и выборочная совокупность.
24. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативность выборки.
25. Вариационный ряд и статистическое распределение выборки.
26. Статистическое распределение выборки.
27. Понятие частот и относительных частот.
28. Полигон и гистограмма.
29. Эмпирическая функция распределения, её свойства.
30. Генеральная и выборочная средняя.
31. Генеральная и выборочная дисперсия.
32. Статистические оценки параметров распределения: несмещённые, эффективные, состоятельные. Погрешность оценки.
33. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Определение необходимого объёма выборки.
34. Доверительный интервал для оценки математического ожидания.
35. Доверительный интервал для оценки для оценки среднего квадратического отклонения.
36. Оценка вероятности по относительной частоте.
37. Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы.
38. Ошибки первого и второго рода.
39. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы.

40. Критическая область. Область принятия гипотезы.
41. Отыскание правосторонней критической области.
42. Отыскание левосторонней и двусторонней критических областей.
43. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей.
44. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности.  
Критерий согласия Пирсона.

### Практические задания для закрепления пройденного материала

При подготовке к практическим занятиям следует обратить внимание на следующие моменты: на процесс предварительной подготовки, на работу во время занятия, обработку полученных результатов, исправление полученных замечаний.

Предварительная подготовка к учебному занятию семинарского типа заключается в изучении теоретического материала в отведенное для самостоятельной работы время, ознакомление с инструктивными материалами с целью осознания задач лабораторной работы/практического занятия, техники безопасности при работе с приборами, веществами.

### Практические задания по разделу 1

1. Дана система линейных уравнений. Требуется показать, что система совместна и найти ее решение тремя способами: а) по формулам Крамера, выполнить проверку решения; б) методом Гаусса; в) методом обратной матрицы.

$$1. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 13 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 = -3 \\ x_1 + 3x_2 + 7x_3 = -2 \\ 7x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 5 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 8x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1 \\ 7x_1 - 5x_3 = 16 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -1 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 9 \\ x_1 - 3x_3 = -5 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 9 \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 15 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 18 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + x_3 = -2 \\ 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0 \\ -x_1 - x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 18 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} -3x_1 - 2x_2 - 10x_3 = -16 \\ 2x_1 + 7x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 7x_1 + 5x_2 - 20x_3 = -2 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 17 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 11 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 - 8x_3 = -7 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 6 \end{cases}$$

2. Методом исключения неизвестных найти общее и базисные решения систем уравнений:

$$1. \begin{cases} 5x_1 - 8x_2 - 4x_3 = -10 \\ 7x_1 - x_2 + 11x_3 = 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 5x_1 - x_2 + 4x_3 = 25 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 16 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 - x_3 = 4 \\ 7x_1 - 8x_2 - 7x_3 = -25 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 12x_1 - 8x_2 - 3x_3 = 0 \\ 8x_1 - 2x_2 = 2 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x_1 + 15x_2 + 2x_3 = -6 \\ 6x_1 - 8x_2 - 20x_3 = -1 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -2 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 - x_3 = 30 \\ x_1 + x_3 = 10 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 16 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 - x_3 = -20 \\ x_1 + 7x_2 + 5x_3 = -14 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 5x_1 + 7x_2 + 12x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

3. Даны вершины треугольника  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ . Найти:

а) уравнения всех трех его сторон;

б) систему неравенств, определяющих множество точек, принадлежащих ему, включая его стороны;

в) внутренний угол  $A$  треугольника в градусах и минутах;

г) длину высоты, проведенной из вершины  $A$ ;

д) площадь треугольника.

1.  $A(6;14)$ ,  $B(1;2)$ ,  $C(9;8)$ .
2.  $A(4;10)$ ,  $B(-1;-2)$ ,  $C(7;4)$ .
3.  $A(6;11)$ ,  $B(1;-1)$ ,  $C(9;5)$ .
4.  $A(4;13)$ ,  $B(-1;1)$ ,  $C(7;7)$ .
5.  $A(6;10)$ ,  $B(1;-2)$ ,  $C(9;4)$ .
6.  $A(4;14)$ ,  $B(-1;2)$ ,  $C(7;8)$ .
7.  $A(6;13)$ ,  $B(1;1)$ ,  $C(9;7)$ .
8.  $A(7;11)$ ,  $B(2;-1)$ ,  $C(10;5)$ .
9.  $A(3;13)$ ,  $B(-2;1)$ ,  $C(6;7)$ .
10.  $A(4;11)$ ,  $B(-1;-1)$ ,  $C(7;5)$ .

Рубежный контроль: форма рубежного контроля – тестирование.

1. Угол между векторами  $\vec{a} = (1, 0, 1)$  и  $\vec{b} = (0, 1, 1)$  равен  
а)  $30^\circ$ ;                      б)  $60^\circ$ ;                      в)  $90^\circ$ ;                      г)  $0^\circ$ .
2. Площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = (7, 6, -6)$  и  $\vec{b} = (6, 2, 9)$ , равна  
а) 11;                      б) 121;                      в) 80;                      г) 242.
3. Объем параллелепипеда, построенного на векторах  $\vec{a} = (4, 3, 0)$ ,  $\vec{b} = (2, 1, 2)$ ,  $\vec{c} = (3, 2, 5)$ , равен  
а) 72;                      б) 8;                      в) 24;                      г) 2.
4. Скалярное произведение векторов  $\vec{a} = (2, 1, 0)$  и  $\vec{b} = (1, -1, 2)$  равно  
а) 3;                      б) -1;                      в) 5;                      г) 1.
5. Разложение вектора  $\vec{a} = (9, 4)$  по базису  $\vec{p} = (2, -3)$  и  $\vec{q} = (1, 2)$  имеет вид  
а)  $2\vec{p} + 5\vec{q}$ ;                      б)  $2\vec{p} - 5\vec{q}$ ;                      в)  $5\vec{p} + 2\vec{q}$ ;                      г)  $\vec{p} - 2\vec{q}$ .
6. Значение выражения  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$ , если  $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , равно  
а) 35;                      б) 9;                      в) 23;                      г)  $\vec{a}$ .
7. Сумма матриц  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 9 & -5 \end{pmatrix}$  равна  
а)  $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -21 & 17 \end{pmatrix}$ ;                      б)  $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -12 & 12 \end{pmatrix}$ ;                      в)  $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 7,5 & -1,5 \end{pmatrix}$ ;                      г)  $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ .
8. Определитель матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$  равен  
а) 2;                      б) -26;                      в) 26;                      г) 7.
9. Неоднородная система линейных уравнений имеет единственное решение, если  
а) определитель системы равен нулю;  
б) определитель системы не равен нулю;  
в) число уравнений равно числу неизвестных системы;  
г) число уравнений больше числа неизвестных системы.
10. Система линейных уравнений называется совместной, если  
а) ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы;  
б) не существует решений системы;  
в) число уравнений равно числу неизвестных системы;

г) число уравнений больше числа неизвестных системы.

Ключ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
									0
б	б	г	г	а	в	г	в	в	а

Формы контроля самостоятельной работы обучающихся: проверка ответов на вопросы для самоподготовки и решения практических занятий, тестирование.

## Практические задания по разделу 2

1.

Найти производные  $\frac{dy}{dx}$  следующих функций:

- |     |   |   |  |
|-----|---|---|--|
| 1.  | a) $y = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$ ;           | б) $y = x \ln \cos x$ ;   | в) $y = 1 + \sin 2(xy)$ .                    |
| 2.  | a) $y = \ln^3 \sqrt{\frac{1+x^3}{1-x^3}}$ ; | б) $y = x^2 \sin \sqrt{x}$ ;  | в) $y = x \ln y$ .                           |
| 3.  | a) $y = \sqrt[3]{x\sqrt{1+x^2}}$ ;          | б) $y = x \sin x^2$ ;   | в) $xy + x^2 - y^2 = 1$ .                    |
| 4.  | a) $y = \ln^8 \sqrt{\frac{4+x^2}{4-x^2}}$ ; | б) $y = \frac{2 \cos^2 x}{1 - \sin 2x}$ ;                                 | в) $\frac{x}{y} - 2x^2 + 3 = 0$ .            |
| 5.  | a) $y = 2\sqrt[3]{(2-x^3)^2}$ ;             | б) $y = \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x}$ ;                                      | в) $x^{\frac{3}{2}} + y^{\frac{3}{2}} = 4$ . |
| 6.  | a) $y = \frac{1}{2} x \sqrt{x^2 + 9}$ ;     | б) $y = \frac{4 \ln x}{1 - \ln x}$ ;                                      | в) $y = x \sin y$ ;                          |
| 7.  | a) $y = \frac{1}{\sqrt[4]{(2-x^2)^3}}$ ;    | б) $y = x^3 \sin^3 x$ ;   | в) $y = x \arctg \frac{y}{2}$ .              |
| 8.  | a) $y = \frac{20}{\sqrt{x^3 x + 1}}$ ;      | б) $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$ ; | в) $xy^3 - x^2 + 3y = 0$ .                   |
| 9.  | a) $y = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ ;           | б) $y = \frac{\operatorname{tg} 2x}{1 + \sin 2x}$ ;                       | в) $y = \arcsin \sqrt{x} - e^{2y}$ .         |
| 10. | a) $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ ;           | б) $y = \operatorname{tg}^2(1-x)$ ;                                       | в) $xy - 3^{\sin y} = 0$ .                   |

2. Пользуясь правилом Лопиталья найти пределы функций:

- |    |  |  |
|----|--|--|
| 1. | a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}$  | б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x+1}$    |
| 2. | a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}$    | б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10x^2}{1 - \cos x}$ |
| 3. | a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{2x^2}$ | б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{\ln x}$   |

4. a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x - \sin x}$  б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{2^x}$
5. a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{x - \sin x}$  б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{tg} x}{e^x}$
6. a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{x^2}$  б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{1 - \cos 4x}$
7. a)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} 5x}$  б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2 - 3x + 2}$
8. a)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$  б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + x^2}{1 - 3x^2}$
9. a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{1 - \cos bx}$  б)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 - 9}$
10. a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}}{x^3}$  б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{7x}$

3. Исследовать функцию и построить ее график

1.  $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$ ;      2.  $y = \frac{y^x}{x}$ ;      3.  $y = x^2 - 2\ln x$ .
4.  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ ;      5.  $y = \ln(x^2 - 4)$ ;      6.  $y = xe^{-x}$ .
7.  $y = \frac{\ln x}{x}$ ;      8.  $y = xe^{-x^2}$ ;      9.  $y = 2x^4 - x^2$ .
10.  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ ;

4. Найти неопределенные интегралы

1. a)  $\int e^{\cos 5x} \sin 5x dx$ ;      б)  $\int x \operatorname{arccot} x dx$ ;      в)  $\int \frac{dx}{x^2 + 2x}$ .
2. a)  $\int \frac{\ln x dx}{x}$ ;      б)  $\int \frac{x dx}{\cos^2 x}$ ;      в)  $\int \frac{dx}{x^2 - 4x}$ .
3. a)  $\int \frac{x dx}{\sqrt{2 - x^2}}$ ;      б)  $\int x^3 \ln x dx$ ;      в)  $\int \frac{(x - 1) dx}{x^2 - 3x + 1}$ .
4. a)  $\int \frac{e^{\operatorname{ctg} 2x}}{\sin^2 2x} dx$ ;      б)  $\int \sqrt[3]{x} \ln x dx$ ;      в)  $\int \frac{dx}{x^2 - x + 6}$ .
5. a)  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1 - x^8}}$ ;      б)  $\int x \sin 3x dx$ ;      в)  $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 5}$ .

6. a)  $\int \frac{4x^3 + \cos x}{x^4 + \sin x} dx$ ; б)  $\int x \arctg x dx$ ; в)  $\int \frac{x-2}{x^2+4x+3} dx$ .
7. a)  $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$ ; б)  $\int x e^{-\frac{x}{2}} dx$ ; в)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+x-6}}$ .
8. a)  $\int \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)}$ ; б)  $\int x \cos 8x dx$ ; в)  $\int \frac{dx}{x^2-2x-2}$ .
9. a)  $\int e^{\cos 2x} \sin 2x dx$ ; б)  $\int x^3 \ln x dx$ ; в)  $\int \frac{dx}{x^2-4x+3}$ .
10. a)  $\int \frac{3x^2 + e^x}{x^3 + e^x} dx$ ; б)  $\int x \cos 2x dx$ ; в)  $\int \frac{dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$ .

5. Воспользовавшись соответствующим приложением предельного интеграла к задачам геометрии, найти следующее:

а) площадь фигуры, ограниченную линиями:

1.  $y = x^2$ ,  $y = 7x - 12$ ; 2.  $y^2 = 2x + 1$ ,  $x - y - 1 = 0$ ;  
 3.  $y = x^2$ ,  $y = \frac{1}{3}x^3$ ; 4.  $y^2 = 9x$ ,  $y = x + 2$ ;  
 5.  $y = \ln x$ ,  $y = 1$ ,  $y = 4$ ; 6.  $y = e^{-\frac{x}{2}}$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ ;  
 7.  $y = \ln x$ ,  $x = e^{-1}$ ,  $x = e$ ; 8.  $y = x^2$ ,  $y = \frac{1}{2}x^3$ ;  
 9.  $y = 2^x$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ ; 10.  $y = 9 - x^2$ ,  $y = 0$ .

б) Объем тела, образованного вращением вокруг оси  $O_x$  фигуры, ограниченной линиями.

1.  $y = x^2$ ,  $y^2 = x$  2.  $xy = 4$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ ,  $y = 0$ ;  
 3.  $y = \sqrt{x}e^x$ ,  $x = 1$ ,  $y = 0$  4.  $y = 2x - x^2$ ,  $y = x$ ;  
 5.  $y = \frac{1}{4}x^2$ ,  $y = \frac{1}{8}x^2 + 1$  6.  $y = \cos x$ ,  $x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{3}$ ;  
 7.  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ , 8.  $y = e^x$ ,  $y = 0$ ,  $y = 1$ ;  
 $y = 0$ ,  $\left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ ;



9.  $y = x^2 + 1, y = 0, x = 1, x = 3$       10.  $y = x^3, y = x$ .

Рубежный контроль: форма рубежного контроля – тестирование.

1. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 4x + 7}{7x^2 + 12x}$  равно

- а)  $+\infty$ ;                      б) 7;                                      в)  $\frac{3}{7}$ ;                                      1.      г)  $-\infty$ .

2. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3}{x^2 - 4}$  равно

- а) 1;                                      б)  $\infty$ ;                                      в)  $\frac{3}{4}$ ;                                      2.      г) 0.

3. Предел функции  $y = e^{\frac{1}{x}}$  при  $x \rightarrow \pm\infty$  равен

- а)  $+\infty$ ;                                      б)  $e$ ;                                      в)  $-\infty$ ;                                      4.      г) 1.

4. Дана функция  $y = \frac{3}{x-5}$ . Точка  $x = 5$  является

- а) точкой экстремума;                      б) точкой устранимого разрыва;  
в) точкой непрерывности;                      г) точкой разрыва II рода.

5. Бесконечно малая функция  $y = \sin 3x$  при  $x \rightarrow 0$  эквивалентна функции

- а)  $x$ ;                                      б)  $\operatorname{tg} x$ ;                                      в)  $3x$ ;                                      6.      г) 0.

6. Значение производной функции  $y = \ln(x^2 + 5)$  в точке  $x = 1$  равно

- а) 1;                                      б)  $1/3$ ;                                      в) 3;                                      г)  $-1/3$ .

7. Функция  $y = 2x - x^2$  достигает максимума при  $x$ , равном

- а) 0;                                      б) 2;                                      в) -1;                                      г) 1.

8. Значение интеграла  $\int \cos \frac{x}{2} dx$  равно

- а)  $-\frac{1}{2} \sin x + C$ ;                      б)  $\frac{1}{2} \cos x + C$ ;                      в)  $\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} + C$ ;                      г)  $2 \sin \frac{x}{2} + C$ .

Ключ

1	2	3	4	5	6	7	8
а	б	г	г	в	б	г	г

Формы контроля самостоятельной работы обучающихся: проверка ответов на вопросы для самоподготовки и решения практических занятий, тестирование.

### Практические задания по разделу 3

1. Найти общее решение дифференциального уравнения  $a(x)y' + m(x)y = f(x)$  и его частное решение, удовлетворяющее начальным условиям  $y = y_0$  при  $x = x_0$ .

1.  $y' \cos x - y \sin x = 1, y_0 = 1, x_0 = \frac{\pi}{4}$ .

2.  $y' - \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x}, y_0 = 2, x_0 = 1$ .

3.  $y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3, y_0 = 1, x_0 = 1$ .

4.  $y' + \frac{2y}{x} = \frac{e^{x^2}}{x}, y_0 = 2, x_0 = 1$ .

5.  $y' - \frac{2y}{x} = \frac{1}{x}, y_0 = 3, x_0 = 1$ .

6.  $y' + y = e^{4x}, y_0 = 2, x_0 = 0$ .

7.  $y' + 3y = 14e^{4x}, y_0 = 1, x_0 = 0$ .

8.  $xy' + y = x + 1, y_0 = 3, x_0 = 1$ .

9.  $xy' + 2y = x^4, y_0 = 2, x_0 = 1$ .

10.  $xy' - 2y = x + 1, y_0 = 2, x_0 = 1$ .

2. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ .

1.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{3^n(n+1)}$ ;

2.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+1}}{n+1}$ ;

3.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{2n+1}$ ;

4.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n \cdot 2^{n+1}}$ ;

5.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{2^n \cdot 3^{n+1}}$ ;

6.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1}$ ;

7.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)3^{n+1}}$ ;

8.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)x^n}{5^n}$ ;

9.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{0,1^n x^{2n}}{n}$ ;

10.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)6^n}$ ;

Рубежный контроль: форма рубежного контроля – тестирование.

1. Седьмой член ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (n+2)}{n^2 - 1}$  равен

а) 7;

б)  $\frac{21}{16}$ ;

в) 1;

г) 49.

2. Необходимым условием сходимости числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  является

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0$ ;

б)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \infty$ ;

в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ;

г)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ .

3. Знакопередающийся ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

а) сходится;

б) сходится абсолютно;

в) сходится равномерно;

г) сходится условно.

4. Дифференциальным уравнением 1-го порядка является уравнение

а)  $y''' + 2y'' - 3y' + 1 = 2x$ ;

б)  $y' = \frac{x}{x+9}$ ;

в)  $y = 2x - 3$ ;

г)  $y = \frac{\sqrt{x} \cdot y''}{x-1}$ .

5. Дифференциальным уравнением 2-го порядка является

а)  $y^2 = \frac{x}{x+9}$ ;

б)  $y''' + 2y'' - 3y' + 1 = 2x$ ;

в)  $y = 2x^2 - 7$ ;

г)  $x = \frac{\sqrt{x} \cdot y''}{x-1}$ .

6. Дифференциальное уравнение  $y'' - y' + y = (x+1) \cdot e^x$  является

а) уравнением с разделяющимися переменными;

б) линейным уравнением 1-го порядка;

в) линейным однородным уравнением 2-го порядка;

г) линейным неоднородным уравнением 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Ключ

1	2	3	4	5	6
б	а	г	б	г	г

Формы контроля самостоятельной работы обучающихся: проверка ответов на вопросы для самоподготовки и решения практических занятий, тестирование.

### Практические задания по разделу 4

#### Задача 1.

1.1. В партии из 100 деталей содержится пять бракованных. Найти вероятность того, что среди выбранных наудачу 50 деталей хотя бы одна бракованная.

1.2. Игральный кубик бросают два раза. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков окажется равной восьми.

1.3. Восемь шаров случайным образом размещаются по восьми ящикам. Найти вероятность того, что каждый ящик будет занят.

1.4. Трехзначное число образовано наугад выбранными тремя неповторяющимися цифрами из цифр 1,2,3,4,5. Найти вероятность того, что это число четное.

1.5. Из восьми букв разрезной азбуки составлено слово «институт». Затем карточки с буквами перемешивают и вновь собирают в произвольном порядке. Найти вероятность того, что снова получится слово «институт».

1.6. В партии из 20 деталей содержится 4 нестандартных. Найти вероятность того, что среди выбранных наудачу шести деталей не более одной нестандартной.

1.7. Из урны, содержащей 6 белых и 8 черных шаров, наугад вынимают два шара. Найти вероятность того, что вынутые шары одного цвета.

1.8. Слово «учебник» составлено из букв разрезной азбуки. Затем карточки с буквами перемешивают и из них извлекают по очереди 6 карточек. Найти вероятность того, что 6 карточек в порядке выхода составят слово «ученик».

1.9. На книжной полке в случайном порядке стоит энциклопедический справочник, состоящий из пяти томов. Найти вероятность того, что хотя бы один из томов этого справочника стоит не на своем месте.

1.10. Из 15 билетов выигрышными являются четыре. Найти вероятность того, что среди шести билетов, взятых наудачу, будет два выигрышных.

### Задача 2.

2.1. Для проверки собранной схемы последовательно послано три импульса. Вероятность прохождения каждого из них не зависит от того, прошли остальные импульсы или нет, и соответственно равны  $p_1 = 0,8$ ;  $p_2 = 0,4$ ;  $p_3 = 0,7$ . Определить вероятность того, что пройдут не менее двух из посланных импульсов.

2.2. Игральный кубик подбрасывают три раза. Найти вероятность того, что при первом бросании выпадет четное число очков, при втором – пять очков, при третьем – число очков, кратное трем.

2.3. Вероятность появления некоторого события в отдельном испытании равна 0,75. Найти вероятность того, что при восьмикратном повторении испытания это событие появится менее пяти раз.

2.4. По линии связи передаются два сигнала  $A$  и  $B$  соответственно с вероятностями 0,72 и 0,28. Из-за помех  $1/6$  часть  $A$  – сигналов искажается и принимается как  $B$  – сигналы, а  $1/7$  часть переданных  $B$  – сигналов принимается как  $A$  – сигналы.

а) Определить вероятность того, что на приемном пункте будет принят  $A$  – сигнал.

б) Известно, что принят  $A$  – сигнал. Найти вероятность того, что он и был передан.

2.5. Из урны, содержащей 7 красных и 9 синих шаров, вынимают один за другим два шара. Найти вероятность двукратного извлечения синего шара.

2.6. Найти среднее число бракованных изделий в партии изделий, если вероятность того, что в этой партии содержится хотя бы одно бракованное, равна 0,95. Предполагается, что число бракованных изделий в партии распределено по закону Пуассона. Полученное значение округлить до целого.

2.7. Для сигнализации о том, что режим автоматической линии отклоняется от нормального, используется индикатор. Он принадлежит с вероятностями 0,2; 0,3; и 0,5 к одному из трех типов, для которых вероятности срабатывания равны соответственно 1; 0,75 и 0,4. От индикатора получен сигнал. К какому типу вероятнее всего принадлежит индикатор?

2.8. Вероятность появления некоторого события в каждом из пяти независимых опытов равна 0,7. Найти вероятность появления этого события по крайней мере два раза.

2.9. Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа любого элемента в течении времени  $T$  равна 0,002. Найти вероятность того, что за время  $T$  откажут ровно три элемента.

2.10. В электрическую цепь включены параллельно три прибора. Вероятности того, что каждый из них проработает определенное число часов, равны 0,4; 0,6; 0,7. Найти вероятность того, что это количество времени проработает:

а) хотя бы один прибор;

б) ровно два прибора;

в) не менее двух приборов.

### Задача 3.

3.1. Случайная величина  $x$  подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x) = \begin{cases} a \cos x & \text{при } -\pi/2 < x < \pi/2, \\ 0 & \text{при } x < -\pi/2, \quad x > \pi/2. \end{cases}$$

- а) Найти коэффициент  $a$ .  
 б) Построить график плотности распределения.  
 в) Найти функцию распределения  $F(x)$  и построить ее график.  
 г) Найти вероятность попадания величины  $X$  на участок от 0 до  $\pi/4$ .

3.2. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x^2 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате четырех независимых испытаний величина  $X$  ровно три раза примет значение, принадлежащее интервалу  $(0,25; 0,75)$ .

3.3. Случайная величина  $X$  подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x) = A \cdot e^{-|x|}. \quad (\text{Распределение Лапласа})$$

Найти коэффициент  $A$ . Определить МО, дисперсию, СКО.

3.4. Плотность распределения случайной величины  $X$  задана формулой

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}. \quad (\text{Закон Коши})$$

Построить график плотности распределения. Найти вероятность того, что величина  $X$  попадет на участок  $(-1; 1)$ .

3.5. Найти МО, дисперсию и СКО дискретной случайной величины  $X$ , заданной законом распределения

$x_i$	0	1	2	3
$P_i$	0,216	0,432	0,288	0,064

3.6. Найти математическое ожидание случайной величины  $X$ , если функция распределения имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ 1 - e^{-0,25x} & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$$

3.7. Случайная величина  $X$  задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 1/6 & \text{при } 2 \leq x \leq 8, \\ 0 & \text{при } x < 2, \quad x > 8. \end{cases}$$

Найти МО, дисперсию и СКО, а также вероятность попадания случайной величины  $X$  в промежуток  $(3; 5)$ .

3.8. В урне 6 белых и 4 черных шара. Из нее пять раз подряд извлекают шар, причем каждый раз вынутый шар возвращают в урну, а шары перемешивают. Принимая за случайную величину  $X$  число извлеченных белых шаров, составить закон распределения этой величины, определить ее МО и дисперсию.

3.9. Дискретная случайная величина задана законом распределения

$x_i$	3	4	7	10
$P_i$	0,2	0,1	0,4	0,3

Найти функцию распределения и построить ее график.

3.10. Время безотказной работы элемента имеет показательное распределение

$$F(t) = 1 - e^{-0,02t} \quad (t > 0).$$

Найти вероятность того, что за  $t = 24$  часа элемент:

- а) откажет;
- б) не откажет.

**Задача 4.**

Найти вероятность попадания в заданный интервал  $(a; b)$  нормально распределенной случайной величины  $X$ , если известны ее математическое ожидание  $m_x$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma_x$ .

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$m_x$	2	3	4	5	6	4	4	5	5	6
$\sigma_x$	2	2	3	3	3	1	2	2	3	3
$a$	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
$b$	5	6	7	8	9	5	6	7	8	9

Рубежный контроль: форма рубежного контроля – тестирование

1. Если появление одного события исключает появление другого события в одном и том же испытании, то такие события называют
  - А) достоверными; Б) совместными; В) несовместными; Г) случайными.
2. Суммой событий А и В называют событие, которое происходит тогда и только тогда, когда происходит
  - А) только событие А; Б) хотя бы одно из событий А и В; В) только событие В; Г) не происходит ни одно из событий А и В.
3. Сумма вероятностей двух противоположных событий равна
  - А) 0; Б) 0,5; В) 1; Г) 0,6.
4. Сколько можно составить четырехзначных чисел из цифр 5, 7, 8, 9 так, чтобы все цифры в изображении числа входили только один раз.
  - А) 24; Б) 12; В) 48; Г) 32.
5. Семь студентов сдали экзамен по теории вероятностей на хорошо и отлично. Сколькими способами могли быть поставлены им оценки?
  - А) 42; Б) 12; В) 21; Г) 18.

Ключ

1	2	3	4	5
в	б	в	а	а

Формы контроля самостоятельной работы обучающихся: проверка ответов на вопросы для самоподготовки и решения практических занятий, тестирование.

**7. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии)**

Учебным планом не предусмотрены.

**8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:**

- а) основная литература

Математика: Учебное пособие/ Ю.М. Данилов, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В.Никонова, С.Н.Нуриева; Под ред. Л.Н.Журбенко, Г.А.Никоновой. – М.: ИНФРА-М, 2016. – 4969 с. – (Высшее образование: Бакалавриат).

Математика в примерах и задачах: учеб. пособие / О.М. Дегтярева, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, С.Н. Нуриева. — М.: ИНФРА-М, 2017. — 372 с.  
<http://znanium.com/bookread2.php?book=896720>

Математика: Учебное пособие / Филипова Е.Е. - Вологда: ВИПЭ ФСИН России, 2015 <http://znanium.com/bookread2.php?book=899484>

Высшая математика: Учебник / Шипачев В.С. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015 <http://znanium.com/bookread2.php?book=469720>

б) дополнительная литература

Математика: Учебное пособие: Том 1 / Кальней С.Г., Лесин В.В., Прокофьев А.А. - М.:КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. <http://znanium.com/bookread2.php?book=520540>

Математика Т.2: Учебное пособие. / Кальней С.Г., Лесин В.В., Прокофьев А.А. - М.:КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. <http://znanium.com/bookread2.php?book=520538>

Математика: Учебное пособие / Данилов Ю. М., Никонова Н. В., Нуриева С. Н., Под ред. Журбенко Л. Н., Никоновой Г. А. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с.  
<http://znanium.com/bookread2.php?book=539549>

Кундышева, Е. С. Математика [Электронный ресурс]: Учебник для экономистов / Е. С. Кундышева. — 4-е изд. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. <http://znanium.com/bookread2.php?book=512127>

Математика: Учебное пособие / Филипова Е.Е. - Вологда: ВИПЭ ФСИН России, 2015. <http://znanium.com/bookread2.php?book=899484>

Высшая математика: Учебник / Шипачев В.С. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. <http://znanium.com/bookread2.php?book=469720>

Математика: Учебное пособие / Н.А. Березина, Е.Л. Максина. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2013. - 175 с. <http://znanium.com/bookread2.php?book=369492>

Высшая математика: Учебник / Л.Т. Ячменёв. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2013. - 752 с. <http://znanium.com/bookread2.php?book=344777>

Высшая математика: Практикум / И.Г. Лурье, Т.П. Фунтикова. - М.: Вузовский учебник: НИЦ ИНФРА-М, 2013. <http://znanium.com/bookread2.php?book=368074>

Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию: учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. - 8-е изд. - М.: Дашков и Ко, 2012. <http://znanium.com/bookread2.php?book=354019>

в) программное обеспечение

1. Microsoft Windows
2. Microsoft Word
3. Microsoft Excel
4. Microsoft Power Point

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://znanium.com/> ООО электронно-библиотечная система "ЗНАНИУМ"
2. <https://rucont.ru/> ООО "Национальный цифровой ресурс «РУКОНТ»
3. <http://biblioclub.ru/> ЭБС «Университетская библиотека онлайн»

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа; занятий семинарского типа; для курсового проектирования (выполнения курсовых работ); для

проведения групповых и индивидуальных консультаций; для текущего контроля и промежуточной аттестации. Рабочие места обучающихся; рабочее место преподавателя; ноутбук; проектор, экран; классная доска; 9 рабочих мест обучающихся оснащенные ПЭВМ с подключением к сети интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета. Учебно-наглядные пособия.

#### **10. Образовательные технологии:**

При реализации учебной дисциплины «Математика» применяются различные образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения.

Освоение учебной дисциплины «Математика» предусматривает использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения учебных занятий в форме лекции-визуализации, практическое занятие.

- *лекция-визуализация* – передача информации посредством графического представления в образной форме (слайды, видео-слайды, плакаты и т.д.). Подготовка данной лекции преподавателем состоит в том, чтобы изменить, переконструировать учебную информацию по теме лекционного занятия в визуальную форму для представления через технические средства обучения (ноутбук, акустические системы, экран, мультимедийный проектор) или вручную (схемы, рисунки, чертежи и т.п.). Лекцию-визуализацию рекомендуется проводить по темам, ключевым для данного предмета, раздела.

*Практическое занятие* – занятие, посвященное освоению и закреплению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

Учебные часы дисциплины «Математика» предусматривают классическую контактную работу преподавателя с обучающимся в аудитории и контактную работу посредством компьютерных технологий (электронная почта, презентация и др.).

#### **11. Оценочные средства (ОС):**

Оценочные средства по дисциплине «Математика» разработаны в соответствии с положением о балльно-рейтинговой системе оценки успеваемости студентов ФГБОУ ВО «МГУТУ им. К.Г. Разумовского (Первый казачий университет)».

*Критерии оценки текущих занятий для очной формы обучения*

- ✓ посещение студентом одного занятия – 1 балл;
- ✓ выполнение заданий для самостоятельной работы – от 1 до 3 баллов за каждый пункт задания;
- ✓ активная работа на занятии – от 1 до 3 баллов;

*Критерии оценки тестовых заданий:*

- ✓ каждое правильно выполненное задание – 1 балл

### **БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА**

Максимальная сумма рейтинговых баллов, которая может быть начислена студенту по учебной дисциплине, составляет 100 рейтинговых

Форма промежуточной аттестации	Количество баллов		
	Текущий контроль	Рубежный контроль	Сумма баллов
Экзамен	30-70	20-30	60-100
Зачет	40-80	10-20	60-100

Рейтинг студента в семестре по дисциплине складывается из рейтинговых баллов, которыми преподаватель в течение семестра оценивает посещение учебных занятий, его текущую работу на занятиях и самостоятельную работу, результаты текущих контрольных



работ, тестов, устных опросов, премиальных и штрафных баллов.

Рубежный рейтинг студента по дисциплине складывается из оценки в рейтинговых баллах ответа на экзамене (зачете).

Преподаватель, осуществляющий проведение практических занятий, доводит до сведения студентов на первом занятии информацию о формировании рейтинга студента и рубежного рейтинга.

По окончании семестра каждому студенту выставляется его Рейтинговая оценка текущей успеваемости, которая является оценкой посещаемости занятий, активности на занятиях, качества самостоятельной работы.

Студент допускается к мероприятиям промежуточной аттестации, если его рейтинговая оценка текущей успеваемости (без учета премиальных рейтинговых баллов) не менее:

по дисциплине, завершающейся экзаменом - 30 рейтинговых баллов;

по дисциплине, завершающейся зачетом - 40 рейтинговых баллов.

Студенты, не набравшие минимальных рейтинговых баллов по учебной дисциплине проходят процедуру добора баллов.

Максимальная рейтинговая оценка текущей успеваемости студента за семестр по результатам текущей работы и текущего контроля знаний (без учета премиальных баллов) составляет: 70 рейтинговых баллов для дисциплин, заканчивающихся экзаменом; 80 рейтинговых баллов для дисциплин, заканчивающихся зачетом.

Ответ студента может быть максимально оценен:

на экзамене в 30 рейтинговых баллов;

на зачете в 20 рейтинговых баллов.

Студент, по желанию, может сдать экзамен или зачет в формате «автомат», если его рейтинг за семестр, с учетом премиальных баллов, составил не менее:

если по результатам изучения дисциплины сдается экзамен

– 60 рейтинговых баллов с выставлением оценки «удовлетворительно»;

– 70 рейтинговых баллов с выставлением оценки «хорошо»;

– 90 рейтинговых баллов с выставлением оценки «отлично»;

если по результатам изучения дисциплины сдается зачет:

– 60 рейтинговых баллов с выставлением оценки «зачтено»

Рейтинговая оценка по дисциплине и соответствующая аттестационная оценка по шкале «зачтено», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично» при использовании формата «автомат», проставляется экзаменатором в зачетную книжку и зачетно-экзаменационную ведомость только в день проведения экзамена или зачета согласно расписанию группы, в которой обучается студент.

Для приведения рейтинговой оценки к аттестационной (пятибалльный формат) используется следующая шкала:

Аттестационная оценка по дисциплине	Рейтинг студента по дисциплине (включая премиальные баллы)
«отлично»	90- 100 баллов
«хорошо»	70 - 89 баллов
«удовлетворительно»	60 - 69 баллов
«неудовлетворительно»	менее 60 баллов
«зачтено»	от 60 баллов и выше
«не зачтено»	менее 60 баллов

Рубежный рейтинг по дисциплине у студента на экзамене или дифференцированном зачете менее чем в 20 рейтинговых баллов считается неудовлетворительным (независимо от рейтинга студента в семестре). В этом случае в зачетно-экзаменационную ведомость в графе «Аттестационная оценка» проставляется

«неудовлетворительно».

Рубежный рейтинг по дисциплине у студента на зачете менее чем в 10 рейтинговых баллов считается неудовлетворительным (независимо от рейтинга студента в семестре). В этом случае в зачетно-экзаменационную ведомость в графе «Аттестационная оценка» проставляется «не зачтено».

Преподавателю предоставляется право начислять студентам премиальные баллы за активность (участие в научных конференциях, конкурсах, олимпиадах, активная работа на аудиторных занятиях, публикации статей, работа со школьниками, выполнение заданий повышенной сложности, изготовление наглядных пособий и т.д.) в количестве, не превышающем 20 рейтинговых баллов за семестр. Премиальные баллы не входят в сумму рейтинга текущей успеваемости студента, а прибавляются к ним.

## 11.1. Оценочные средства для входного контроля

### Тест

#### Задание 1

Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 27 миль в час? Ответ округлите до целого числа.

#### Задание 2.

В сборнике билетов по биологии всего 50 билетов, в 5 из них встречается вопрос по теме "Зоология". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по теме "Зоология".

**Задание 3 .** Найдите корень уравнения

$$\sqrt{19 + 5x} = 2$$

#### Задание 4

Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $150^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 26. Найдите площадь этого треугольника.

#### Задание 5

Конус описан около правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания 3 и высотой 13. Найдите его объем, деленный на  $\pi$ .

**Задание 6** Найдите значение выражения  $\left(\frac{6\sqrt{2}}{3}\right)^2$

**Задание 7** Груз массой 0,8 кг колеблется на пружине. Его скорость  $v$  меняется по закону  $V = V_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$  где  $t$  — время с момента начала колебаний,  $T = 2$  с — период колебаний,  $V_0 = 1,3$  м/с. Кинетическая энергия  $E$  (в джоулях) груза вычисляется по формуле  $E = \frac{mV^2}{2}$  где  $m$  — масса груза в килограммах,  $V$  — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 52 секунды после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

#### Задание 8

Смешали некоторое количество 20-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 16-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

#### Задание 9

Найдите точку максимума функции  $y = 1,5x^2 - 42x + 120 \ln x - 10$

**Задание 10**

а) Решите уравнение  $2 \sin^2 x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}, -\pi\right]$

**Задание 11**

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  сторона основания равна 12, а боковое ребро  $AA_1$  равно  $3\sqrt{6}$ . На рёбрах  $AB$  и  $B_1C_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$ , соответственно, причём  $AK = 2$ , а  $B_1L = 4$ . Точка  $M$  — середина ребра  $A_1C_1$ . Плоскость  $\gamma$  параллельна ребру  $AC$  и содержит точки  $K$  и  $L$ .

- а) Докажите, что прямая  $BM$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .  
б) Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $\gamma$ .

**Задание 12**

Решите неравенство  $\log_3^2(25 - x^2) - 3 \log_3(25 - x^2) + 2 \geq 0$

**Задание 13**

Высоты  $BB_1$  и  $CC_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$

- а) Докажите, что  $\angle AHB_1 = \angle ACB$   
б) Найдите  $BC$  если  $AH = 6\sqrt{3}$  и  $\angle BAC = 60^\circ$

**Задание 14**

15-го января планируется взять кредит в банке на несколько месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 5% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

На сколько месяцев можно взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 25% больше суммы, взятой в кредит.

**Задание 15**

Найдите все значения параметра  $a$ , при которых функция

$$f(x) = \sin 2x - 8(a+1) \sin x + (4a^2 + 8a - 14)x$$

является возрастающей на всей числовой прямой и при этом не имеет критических точек.

**Задание 16**

Возрастающие арифметические прогрессии  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  и  $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$  состоят из натуральных чисел.

- а) Существуют ли такие прогрессии, для которых  $a_1b_1 + a_3b_3 = 3a_2b_2$  ?  
б) Существуют ли такие прогрессии, для которых  $a_1b_1 + 2a_4b_4 = 3a_3b_3$  ?  
в) Какое наибольшее значение может принимать произведение  $a_3b_3$ , если  $a_1b_1 + 2a_4b_4 \leq 300$  ?

**Ключ**

№ Задания	
1	43

2	0,9
3	-3
4	169
5	19,5
6	24
7	0,676
8	18
9	4
10	$a) \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi k, -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z \right\}; \bar{b}) -\frac{7\pi}{2}, -\frac{5\pi}{2}, \frac{13\pi}{6}$
11	$\bar{b}) \frac{\sqrt{10}}{5}$
12	$(-5; -\sqrt{22}] \cup [-4; 4] \cup [\sqrt{22}; 5]$
13	18
14	$a \in (-\infty; -\sqrt{5} - 2) \cup (\sqrt{5}; \infty)$
15	9
16	а) Да, например 1, 3, 5, ... и 1, 4, 7, ... б) нет в) 98

**11.2. Оценочные средств текущего контроля формируются в соответствии с ЛНА (Локальными нормативными актами) университета:** Тесты, Вопросы для устного опроса, практические задания, контрольные работы. Назначение оценочных средств текущего контроля – выявить сформированность компетенций: ОПК-1 способностью осваивать методики использования программных средств для решения практических задач.

### Практические задания

#### Раздел I.

#### Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Элементы векторной алгебры.

1. Дана система линейных уравнений. Требуется показать, что система совместна и найти ее решение тремя способами: а) по формулам Крамера, выполнить проверку решения; б) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 13 \end{cases}$$

2. Методом исключения неизвестных найти общее и базисные решения систем уравнений:

$$\begin{cases} 5x_1 - 8x_2 - 4x_3 = -10 \\ 7x_1 - x_2 + 11x_3 = 0 \end{cases}$$

3. Найти произведение матриц  $AB = C$ , если  $A$ ,  $B$  даны:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ -2 & 4 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}$$

4. Даны вершины треугольника  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ . Найти:
- а) уравнения всех трех его сторон;
  - б) систему неравенств, определяющих множество точек, принадлежащих треугольнику, включая его стороны;
  - в) внутренний угол  $A$  треугольника в градусах и минутах;
  - г) длину высоты, проведенной из вершины  $A$ ;
  - д) площадь треугольника.
- $A(6;14)$ ,  $B(1;2)$ ,  $C(9;8)$ .

## Раздел II. Математический анализ

1. Найти производные  $\frac{dy}{dx}$  следующих функций:

а)  $y = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$ ;      б)  $y = x \ln \cos x$ ;      в)  $y = 1 + \sin 2(xy)$ .

2. Пользуясь правилом Лопиталья найти пределы функций:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}$       б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x+1}$

3. Исследовать функцию и построить ее график

$$y = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

4. По условию задачи составить функцию одной независимой переменной и найти ее экстремум. Показать, что этот экстремум и будет наименьшим (наибольшим) значением функции.

Окно имеет форму прямоугольника, завершеного полукругом. Пример (р) фигуры задан. Каковы должны быть размеры прямоугольника, для того, чтобы окно пропускало наибольшее количество света то есть имело наибольшую площадь?

## Раздел 3. Дифференциальные уравнения. Ряды.

1. Найти общее решение дифференциального уравнения  $a(x)y' + m(x)y = f(x)$  и его частное решение, удовлетворяющее начальным условиям  $y = y_0$  при  $x = x_0$ .

1.  $y' \cos x - y \sin x = 1$ ,  $y_0 = 1$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ .

2.  $y' - \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x}$ ,  $y_0 = 2$ ,  $x_0 = 1$ .

3.  $y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3$ ,  $y_0 = 1$ ,  $x_0 = 1$ .

4.  $y' + \frac{2y}{x} = \frac{e^{x^2}}{x}$ ,  $y_0 = 2$ ,  $x_0 = 1$ .

5.  $y' - \frac{2y}{x} = \frac{1}{x}$ ,  $y_0 = 3$ ,  $x_0 = 1$ .

6.  $y' + y = e^{4x}$ ,  $y_0 = 2$ ,  $x_0 = 0$ .

7.  $y' + 3y = 14e^{4x}$ ,  $y_0 = 1$ ,  $x_0 = 0$ .

8.  $xy' + y = x+1$ ,  $y_0 = 3$ ,  $x_0 = 1$ .

9.  $xy' + 2y = x^4$ ,  $y_0 = 2$ ,  $x_0 = 1$ .

10.  $xy' - 2y = x + 1, y_0 = 2, x_0 = 1.$
11.  $y' \cos x + y \sin x = 1, y_0 = 2, x_0 = 0.$
12.  $y' \cos x - 2y \sin x = 2, y_0 = 3, x_0 = 0.$
13.  $xy' + y = \frac{2x}{1+x^2}, y_0 = 0, x_0 = 1.$
14.  $(x^2 - 1)y' - xy = x(x^2 - 1), y_0 = 1, x_0 = 2.$
15.  $xy' + 2y = \frac{1}{x}, y_0 = e, x_0 = 1.$
16.  $(1+x^2)y' + 2xy = (1+x^2)^2, y_0 = 5, x_0 = -2.$
17.  $y' + y = \frac{e^{-x}}{1+x^2}, y_0 = 2, x_0 = 0.$
18.  $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}, y_0 = 5, x_0 = 0.$
19.  $y' - y \sin x = e^{-\cos x} \sin 2x, y_0 = 3, x_0 = \frac{\pi}{2}.$
20.  $y' - 4xy = x, y_0 = \frac{3}{4}, x_0 = 0.$

2. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ .

- |  |  |  |
|--|--|--|
| 1. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{3^n(n+1)};$             | 2. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+1}}{n+1};$     | 3. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{2n+1};$       |
| 4. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n \cdot 2^{n+1}};$  | 5. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{2^n \cdot 3^{n+1}};$ | 6. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1};$    |
| 7. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)3^{n+1}};$     | 8. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)x^n}{5^n};$           | 9. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{0,1^n x^{2n}}{n};$     |
| 10. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)6^n};$            | 11. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n \sqrt{n} x^n}{2^n};$  | 12. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{7^n x^n}{5^n + 3^n};$ |
| 13. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n x^n}{6^n \sqrt[3]{n}};$ | 14. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n x^n}{3^n + 4^n};$     | 15. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{8^n(n+1)};$     |
| 16. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n x^n}{6^n + 3^n};$       | 17. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{2^n};$              | 18. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)x^n}{3^n(n+2)};$ |
| 19. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{n+1}};$      | 20. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{5^n(n+1)}.$         |  |

#### Раздел 4. Теория вероятностей и математическая статистика

##### Задача 1.

1.1. В партии из 100 деталей содержится пять бракованных. Найти вероятность того, что среди выбранных наудачу 50 деталей хотя бы одна бракованная.

1.2. Игральный кубик бросают два раза. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков окажется равной восьми.

1.3. Восемь шаров случайным образом размещаются по восьми ящикам. Найти вероятность того, что каждый ящик будет занят.

1.4. Трехзначное число образовано наугад выбранными тремя неповторяющимися цифрами из цифр 1,2,3,4,5. Найти вероятность того, что это число четное.

1.5. Из восьми букв разрезной азбуки составлено слово «институт». Затем карточки с буквами перемешивают и вновь собирают в произвольном порядке. Найти вероятность того, что снова получится слово «институт».

1.6. В партии из 20 деталей содержится 4 нестандартных. Найти вероятность того, что среди выбранных наудачу шести деталей не более одной нестандартной.

1.7. Из урны, содержащей 6 белых и 8 черных шаров, наугад вынимают два шара. Найти вероятность того, что вынутые шары одного цвета.

1.8. Слово «учебник» составлено из букв разрезной азбуки. Затем карточки с буквами перемешивают и из них извлекают по очереди 6 карточек. Найти вероятность того, что 6 карточек в порядке выхода составят слово «ученик».

1.9. На книжной полке в случайном порядке стоит энциклопедический справочник, состоящий из пяти томов. Найти вероятность того, что хотя бы один из томов этого справочника стоит не на своем месте.

1.10. Из 15 билетов выигрышными являются четыре. Найти вероятность того, что среди шести билетов, взятых наудачу, будет два выигрышных.

### **Задача 2.**

2.1. Для проверки собранной схемы последовательно послано три импульса. Вероятность прохождения каждого из них не зависит от того, прошли остальные импульсы или нет, и соответственно равны  $p_1 = 0,8$ ;  $p_2 = 0,4$ ;  $p_3 = 0,7$ . Определить вероятность того, что пройдут не менее двух из посланных импульсов.

2.2. Игральный кубик подбрасывают три раза. Найти вероятность того, что при первом бросании выпадет четное число очков, при втором – пять очков, при третьем – число очков, кратное трем.

2.3. Вероятность появления некоторого события в отдельном испытании равна 0,75. Найти вероятность того, что при восьмикратном повторении испытания это событие появится менее пяти раз.

2.4. По линии связи передаются два сигнала  $A$  и  $B$  соответственно с вероятностями 0,72 и 0,28. Из-за помех  $1/6$  часть  $A$  – сигналов искажается и принимается как  $B$  – сигналы, а  $1/7$  часть переданных  $B$  – сигналов принимается как  $A$  – сигналы.

а) Определить вероятность того, что на приемном пункте будет принят  $A$  – сигнал.

б) Известно, что принят  $A$  – сигнал. Найти вероятность того, что он и был передан.

2.5. Из урны, содержащей 7 красных и 9 синих шаров, вынимают один за другим два шара. Найти вероятность двукратного извлечения синего шара.

2.6. Найти среднее число бракованных изделий в партии изделий, если вероятность того, что в этой партии содержится хотя бы одно бракованное, равна 0,95. Предполагается, что число бракованных изделий в партии распределено по закону Пуассона. Полученное значение округлить до целого.

2.7. Для сигнализации о том, что режим автоматической линии отклоняется от нормального, используется индикатор. Он принадлежит с вероятностями 0,2; 0,3; и 0,5 к одному из трех типов, для которых вероятности срабатывания равны соответственно 1; 0,75 и 0,4. От индикатора получен сигнал. К какому типу вероятнее всего принадлежит индикатор?

2.8. Вероятность появления некоторого события в каждом из пяти независимых опытов равна 0,7. Найти вероятность появления этого события по крайней мере два раза.

2.9. Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа любого элемента в течении времени  $T$  равна 0,002. Найти вероятность того, что за время  $T$  откажут ровно три элемента.

2.10. В электрическую цепь включены параллельно три прибора. Вероятности того, что каждый из них проработает определенное число часов, равны 0,4; 0,6; 0,7. Найти вероятность того, что это количество времени проработает:

- а) хотя бы один прибор;
- б) ровно два прибора;
- в) не менее двух приборов.

**Задача 3.**

3.1. Случайная величина  $x$  подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x) = \begin{cases} a \cos x & \text{при } -\pi/2 < x < \pi/2, \\ 0 & \text{при } x < -\pi/2, \quad x > \pi/2. \end{cases}$$

- а) Найти коэффициент  $a$ .
- б) Построить график плотности распределения.
- в) Найти функцию распределения  $F(x)$  и построить ее график.
- г) Найти вероятность попадания величины  $X$  на участок от 0 до  $\pi/4$ .

3.2. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x^2 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате четырех независимых испытаний величина  $X$  ровно три раза примет значение, принадлежащее интервалу  $(0,25; 0,75)$ .

3.3. Случайная величина  $X$  подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x) = A \cdot e^{-|x|}. \quad (\text{Распределение Лапласа})$$

Найти коэффициент  $A$ . Определить МО, дисперсию, СКО.

3.4. Плотность распределения случайной величины  $X$  задана формулой

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}. \quad (\text{Закон Коши})$$

Построить график плотности распределения. Найти вероятность того, что величина  $X$  попадет на участок  $(-1; 1)$ .

3.5. Найти МО, дисперсию и СКО дискретной случайной величины  $X$ , заданной законом распределения

$x_i$	0	1	2	3
$P_i$	0,216	0,432	0,288	0,064

3.6. Найти математическое ожидание случайной величины  $X$ , если функция распределения имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ 1 - e^{-0,25x} & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$$

3.7. Случайная величина  $X$  задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 1/6 & \text{при } 2 \leq x \leq 8, \\ 0 & \text{при } x < 2, \quad x > 8. \end{cases}$$



Найти МО, дисперсию и СКО, а также вероятность попадания случайной величины  $X$  в промежуток (3; 5).

3.8. В урне 6 белых и 4 черных шара. Из нее пять раз подряд извлекают шар, причем каждый раз вынутый шар возвращают в урну, а шары перемешивают. Принимая за случайную величину  $X$  число извлеченных белых шаров, составить закон распределения этой величины, определить ее МО и дисперсию.

3.9. Дискретная случайная величина задана законом распределения

$x_i$	3	4	7	10
$P_i$	0,2	0,1	0,4	0,3

Найти функцию распределения и построить ее график.

3.10. Время безотказной работы элемента имеет показательное распределение

$$F(t) = 1 - e^{-0,02t} \quad (t > 0).$$

Найти вероятность того, что за  $t = 24$  часа элемент:

- а) откажет;
- б) не откажет.

#### Задача 4.

Найти вероятность попадания в заданный интервал ( $a$ ;  $b$ ) нормально распределенной случайной величины  $X$ , если известны ее математическое ожидание  $m_x$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma_x$ .

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$m_x$	2	3	4	5	6	4	4	5	5	6
$\sigma_x$	2	2	3	3	3	1	2	2	3	3
$a$	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
$b$	5	6	7	8	9	5	6	7	8	9

**РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ: форма рубежного контроля – защита практических заданий.**

#### Подготовка к устному опросу

1. Какая матрица называется квадратной; нулевой; диагональной; единичной?
2. Сформулируйте теорему Кронекера-Капелли – критерий существования системы линейных уравнений.
3. Какие векторы называются коллинеарными; компланарными?
4. Перечислите свойства скалярного произведения векторов.
5. В чем состоит условие ортогональности (перпендикулярности) векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ; условие коллинеарности векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ?
6. Запишите уравнение прямой на плоскости, проходящей через точку  $M_0(x_0, y_0)$  перпендикулярно вектору  $\vec{n} = (A, B)$ .
7. Запишите каноническое уравнение эллипса. Указать его оси симметрии, вершины и фокусы.
8. Сформулируйте первый замечательный предел; второй замечательный предел.
9. В чем состоит геометрический и механический смысл производной?

10. Сформулируйте правило Лопиталья для раскрытия неопределенностей типа  $\left[ \frac{0}{0} \right]$  и  $\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$ .
11. Как найти промежутки выпуклости, вогнутости, точки перегиба?
12. Сформулируйте определение градиента функции.
13. Как вычисляется интеграл вида  $\int \sin mx \cos nx dx$  ?
14. Сформулируйте признаки сходимости несобственного интеграла II рода.

### Тест (легкий уровень)

1. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 4 & -3 & -2 \end{vmatrix}$
- а)  $-28$ ;                      б)  $-41$ ;                      в)  $+41$ .
2. Найти расстояние центра окружности  $x^2 + y^2 + y = 0$  от прямой  $y = 2(1 - x)$
- а)  $2,5$ ;                      б)  $\frac{\sqrt{7}}{3}$ ;                      в)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .
3. Найти производную:  $y = (2x + 3) \lg x$ .
- а)  $\frac{2x+3}{x \lg x}$ ;                      б)  $\lg x + \frac{2x+3}{x \ln 10}$ ;                      в)  $\ln x + \frac{2x+3}{10 \lg x}$
4. Найти неопределенный интеграл:  $\int \left( x^2 - 3x + \frac{1}{x^2+9} \right) dx$
- а)  $\frac{x^3}{4} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x^2 - 9|$ ; б)  $\frac{x^3}{2} - 3x^2 - \arcsin \frac{x}{3}$ ; в)  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3}$ .
5. Найти частные производные функции  $z = e^{-xy}$ .
- а)  $z'_x = -ye^{-xy}$                       б)  $z'_x = ye^{-xy}$                       в)  $z'_x = -y + e^{-xy}$   
 $z'_y = -xe^{-xy}$                        $z'_y = xe^{-xy}$                        $z'_x = -x + e^{-xy}$
6. Вычислить:  $\int_3^y \frac{\ln x}{x} dx$
- а)  $\frac{9 \ln^2 3}{2}$ ; б)  $\frac{3 \ln^2 3}{5}$ ;                      в)  $\frac{y}{2}$ .

### Тест (средний уровень)

1. Образуют ли векторы  $\mathbf{a} = (4; 1; -1)$ ,  $\mathbf{b} = (1; 2; 5)$  и  $\mathbf{c} = (-1; 1; 1)$  базис в  $R^3$  и если да, найти координаты векторов  $\mathbf{l} = (4; 4; -5)$ ,  $\mathbf{m} = (2; 4; -10)$  и  $\mathbf{n} = (0; 3; -4)$  в этом базисе.
- а)  $\mathbf{l} = (1; 1; 1)$     б)  $\mathbf{l} = (0; 2; 1)$     в)  $\mathbf{l} = (1; 0; 2)$   
 $\mathbf{m} = (0; 2; 0)$      $\mathbf{m} = (3; -2; 4)$      $\mathbf{m} = (0; 2; 1)$   
 $\mathbf{n} = (0; 1; 1)$      $\mathbf{n} = (0; 1; 2)$      $\mathbf{n} = (1; 1; 0)$
2. Даны уравнения стороны ромба  $x + 3y - 8 = 0$  и его диагонали  $2x + y + 4 = 0$ . Найти уравнения других сторон, зная, что точка  $(-9; -1)$  лежит на стороне, параллельной данной.
- а)  $x + 3y + 12 = 0$     б)  $x + 3y + 8 = 0$     в)  $x + 3y - 15 = 0$

$$3x - y - 4 = 0 \quad 3x - 2y + 3 = 0 \quad 3x + y - 3 = 0$$

$$3x - y - 16 = 0 \quad 3x - 2y + 11 = 0 \quad 3x + y + 8 = 0$$

3. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin(x + \frac{\pi}{4})}{\operatorname{tg} x + 1}$   
 а) -2; б) 0; в) 1.

4. Найти производную функции  $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + k})$   
 а)  $\sqrt{x^2 + k}$ ; б)  $\ln(x^2 + k)$ ; в)  $\frac{1}{\sqrt{x^2 + k}}$ .

5. Найти интеграл  $\int e^{\sqrt[3]{x}} dx$   
 а)  $(3\sqrt[3]{x^2} - 6\sqrt[3]{x} + 6) e^{\sqrt[3]{x}}$ ; б)  $\frac{1}{3} \sqrt[3]{x^2} e^{\sqrt[3]{x}}$ .

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $x = \cos t$ ;  $y = \frac{\sin^2 t}{2 + \sin t}$   
 а)  $\pi(16 - 9\sqrt{3})$ ; б)  $\frac{\pi}{\sqrt{3}}(9 - 16\sqrt{3})$ ; в)  $\frac{\pi}{\sqrt{3}}(16 - 9\sqrt{3})$ .

7. Найти производную функции, заданной неявно  $2^{x^2+y} - y = 0$ .  
 а)  $\frac{xy}{1-x\ln 2}$ ; б)  $\frac{2xy \ln 2}{1-y\ln 2}$ ; в)  $\frac{2xy \ln 2}{1-x\ln 2}$ .

### Тест (сложный уровень)

1. Пусть точка С делит отрезок АВ в отношении  $\lambda$ . Выразить вектор  $\overline{OC}$  через векторы  $\overline{OA}$  и  $\overline{OB}$  ( $\lambda \neq -1$ ).

а)  $\overline{OC} = \frac{\overline{OA}}{\lambda} + \frac{\overline{OB}}{1+\lambda}$ ; б)  $\frac{\overline{OA}}{1+\lambda} + \frac{\lambda \overline{OB}}{1+\lambda}$ ; в)  $\frac{\lambda \overline{OA}}{1+\lambda} + \frac{\overline{OB}}{1+\lambda}$ .

2. Найти точку Q, симметричную точке P(3; -4; -6) относительно плоскости, проходящей через точки  $M_1(-6; 1; -5)$ ,  $M_2(7; -2; -1)$  и  $M_3(10; -7; 1)$ .

а) Q(1; -2; -2); б) Q(1; 2; 2); в) Q(1; 2; -2).

3. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2 - x - 2}{3x^2 + 1} \right)^{3x}$   
 а) e; б)  $\sqrt{e}$ ; в)  $\frac{1}{e}$ .

4. Найти производную функции  $y = (\sin x)^{\sin x}$ .

а)  $(\sin x)^{\sin x} \ln \cos x$ ; б)  $(\sin x)^{\sin x} \cos x (\ln \sin x + 1)$ ; в)  $(\sin x)^{\sin x} (\ln \sin x + 1)$ .

5. Найти интеграл  $\int \frac{dx}{2\sin x - \cos x + 5}$ .

а)  $\frac{1}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{3\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1}{\sqrt{5}} + C$ ; б)  $\frac{1}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{\sqrt{5}} + C$ ; в)  $\sqrt{5} \operatorname{arctg} \frac{3\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{\sqrt{5}}$ .

6. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой  $y = chx$  вокруг оси Ox;  $x \in [0; 1]$ .

а)  $\frac{\pi}{2}(sh2 + 2)$ ; б)  $\frac{\pi}{2}(sh2 - 2)$ ; в)  $\frac{\pi}{2}(ch2 + 2)$ .

7. Найти производную функции  $u$  в направлении векторы  $\overline{AB}$  в точке  $A$  если:  
 $u = e^{x+2y+3z}; A(1; 1; 1); B(2; -3; 4)$ .

а)  $3\sqrt{5}$ ; б)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ; в)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .

Ответы

Тест (легкий уровень)

№ п/п	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
В.1	б	в	б	в	а	в	в

Тест (средний уровень)

№ п/п	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
В.1	а	а	б	в	а	в	б

Тест (сложный уровень)

№ п/п	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
В.1	б	а	в	б	а	а	б

### ИТОГОВЫЙ ТЕСТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА»

Задание 1. Угол между векторами  $\vec{a} = (1, 0, 1)$  и  $\vec{b} = (0, 1, 1)$  равен

а)  $30^\circ$ ; б)  $60^\circ$ ; в)  $90^\circ$ ; г)  $0^\circ$ .

Задание 2. Сумма матриц  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 9 & -5 \end{pmatrix}$  равна

а)  $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -21 & 17 \end{pmatrix}$ ; б)  $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -12 & 12 \end{pmatrix}$ ; в)  $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 7,5 & -1,5 \end{pmatrix}$ ; г)  $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ .

Задание 3. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 4x + 7}{7x^2 + 12x}$  равно

а)  $+\infty$ ; б) 7; в)  $\frac{3}{7}$ ; г)  $-\infty$ .

Задание 4. Значение производной функции  $y = \ln(x^2 + 5)$  в точке  $x = 1$  равно

а) 1; б)  $1/3$ ; в) 3; г)  $-1/3$ .

Задание 5. Седьмой член ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (n + 2)}{n^2 - 1}$  равен

а) 7; б)  $\frac{21}{16}$ ; в) 1; г) 49.

Задание 6. Значение частной производной  $\frac{\partial z}{\partial x}$  для функции  $z = 3xy^2 + y^3$  равно

- а)  $3y^2 + y^3$ ;      б)  $6y^2$ ;      в)  $3y^2$ ;      г)  $6xy$ .

Задание 7. Игральная кость бросается один раз. Вероятность того, что появится *не менее* 5 очков, равна

- а)  $1/6$ ;      б)  $5/6$ ;      в)  $1/2$ ;      г)  $1/3$ .

Задание 8. Общее решение дифференциального уравнения  $\sqrt{1-x^2} \cdot y' = 5$  имеет вид:  
 а)  $y = \ln x + C$ ;    б)  $y = 5 \arcsin x + C$ ;    в)  $y = 5 \arcsin x$ ;    г)  $y = \arcsin x + C$ .

1	2	3	4	5	6	7	8
б	г	а	б	б	в	г	б

**11.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации** (в форме экзамена или зачета), в результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты:

Код компетенции	Содержание компетенции (части компетенции)	Результаты обучения	Уровень формирования компетенций
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;	<ul style="list-style-type: none"> <li>- допускаются пробелы в знаниях основ линейной алгебры и аналитической геометрии, математического анализа, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения стандартных задач профессиональной деятельности</li> <li>- отсутствует умение применять математические методы для решения стандартных задач профессиональной деятельности</li> <li>- допускаются пробелы в подборе необходимой научно-методической, литературы по математике; устанавливать причинно-следственные связи при решении математических задач</li> <li>использовать на практике</li> </ul>	<b>Недостаточный</b>

		<p>вышеперечисленные знания.</p> <p>- недостаточно владеет способностью осваивать методики использования программных средств для решения практических задач.</p>	
		<p>- недостаточно знает основы линейной алгебры и элементы аналитической геометрии, математического анализа, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения стандартных задач профессиональной деятельности</p> <p>- слабо умеет использовать новейшие научные достижения для совершенствования технологического процесса- номенклатурой органических соединений</p> <p>- слабо умеет применять математические методы для решения стандартных задач профессиональной деятельности</p> <p>- не умеет осуществлять подбор необходимой научно-методической, литературы по математике; устанавливать причинно-следственные связи при решении математических задач</p> <p>использовать на практике вышеперечисленные знания.</p> <p>- слабо владеет способностью осваивать методики использования программных средств для решения практических задач.</p>	<b>Пороговый</b>
		<p>- хорошо знает основы линейной алгебры и элементы аналитической геометрии, математического анализа, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения стандартных задач</p>	<b>Продвинутый</b>

		<p>профессиональной деятельности</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- хорошо умеет использовать новейшие научные достижения для совершенствования технологического процесса- номенклатурой органических соединений</li> <li>- хорошо умеет применять математические методы для решения стандартных задач профессиональной деятельности</li> <li>- хорошо умеет осуществлять подбор необходимой научно-методической, литературы по математике; устанавливать причинно-следственные связи при решении математических задач</li> </ul> <p>использовать на практике вышеперечисленные знания.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- хорошо владеет способностью осваивать методики использования программных средств для решения практических задач.</li> </ul>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- знает на высоком уровне основы линейной алгебры и элементы аналитической геометрии, математического анализа, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения стандартных задач профессиональной деятельности</li> <li>- умеет на высоком уровне использовать новейшие научные достижения для совершенствования технологического процесса номенклатурой органических соединений</li> <li>- умеет на высоком уровне применять математические методы для решения стандартных задач профессиональной деятельности</li> </ul>	<p><b>Высокий</b></p>

		<p>- не умеет осуществлять подбор необходимой научно-методической, литературы по математике; устанавливать причинно-следственные связи при решении математических задач</p> <p>использовать на практике вышеперечисленные знания.</p> <p>- на высоком уровне владеет навыками применения современного математического инструментария для решения стандартных задач профессиональной деятельности, методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов</p> <p>- на высоком уровне владеет способностью осваивать методики использования программных средств для решения практических задач.</p>	
--	--	---	--

**Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов:**

№ п/п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1.	Устный опрос, тест, практические задания	<b>Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Элементы векторной алгебры.</b>	ОПК-1
2.	Устный опрос, тест, практические задания	<b>Математический анализ</b>	ОПК-1
3.	Устный опрос, тест, практические задания	<b>Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды</b>	ОПК-1
4.	Устный опрос, тест, практические задания	<b>Теория вероятностей и математическая статистика</b>	ОПК-1



## Вопросы и задания к зачету. 1 семестр

### Системы линейных уравнений и матрицы

1. Что называется матрицей размера  $m \times n$ ?
2. Какая матрица называется квадратной; нулевой; диагональной; единичной?
3. Что называется суммой двух матриц; разностью, произведением числа  $\alpha$  на матрицу  $A$ ; произведением матрицы  $A$  на матрицу  $B$ ?
4. Выполняется ли переместительный закон по отношению к произведению двух матриц?
5. Перечислите свойства операций над матрицами.
6. Какая матрица называется транспонированной к данной матрице  $A$ ?
7. Что называется дополнительным минором элемента матрицы  $n$ -го порядка?
8. Что называется алгебраическим дополнением элемента матрицы  $n$ -го порядка?
9. Какая матрица называется обратной по отношению к матрице  $A$ ?
10. Сформулируйте необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы.
11. Приведите формулу, с помощью которой находится обратная матрица.
12. Что называется рангом матрицы?
13. Какие преобразования матриц называются элементарными?
14. Какая система линейных уравнений называется линейной?
15. Что называется основной матрицей системы и расширенной?
16. Сформулируйте теорему Кронекера-Капелли – критерий существования системы линейных уравнений.
17. В каком случае система линейных уравнений имеет единственное решение; бесконечное множество решений; не имеет решений?
18. Опишите матричный метод решения невырожденных систем линейных уравнений.
19. Опишите правило Крамера решения невырожденных систем линейных уравнений.
20. Опишите метод Гаусса решения систем линейных уравнений

### Векторная алгебра

1. Что называется вектором?
2. Какие векторы называются коллинеарными; компланарными?
3. Какие операции над векторами называются линейными?
4. Что называется суммой двух векторов; произведением вектора  $\vec{x}$  на число  $\alpha$ .
5. Что называется декартовой прямоугольной системой координат в пространстве?
6. Что называется радиус-вектором точки  $M$  относительно декартовой прямоугольной системы координат в пространстве?
7. Пусть в декартовой прямоугольной системе координат заданы точки  $A(x_1, y_1, z_1)$  и  $B(x_2, y_2, z_2)$ . Чему равны координаты вектора  $\vec{AB}$  в этой системе координат?
8. Что называется скалярным произведением двух векторов?
9. Перечислите свойства скалярного произведения векторов.
10. Как определяется проекция одного вектора на направление другого вектора?
11. Запишите формулу для вычисления длины вектора.
12. Как определяется скалярное произведение векторов через координаты векторов в декартовой системе координат?
13. Чему равен угол  $\varphi$  между ненулевыми векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ?
14. В чем состоит условие ортогональности (перпендикулярности) векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ; условие коллинеарности векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ?
15. Что называется векторным произведением двух векторов?
16. В чем состоит геометрический смысл модуля векторного произведения двух неколлинеарных векторов?
17. Перечислите свойства векторного произведения.

18. Запишите формулу для вычисления векторного произведения векторов  $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$  и  $\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$ .
19. Что называется смешанным произведением трех векторов?
20. Каков геометрический смысл модуля смешанного произведения трех некопланарных векторов?
21. В чем состоит необходимое и достаточное условие компланарности трех векторов?
22. Как выражается смешанное произведение трех векторов через координаты векторов в декартовой системе координат?
23. Что такое линейная комбинация векторов.
24. Какие векторы называются линейно зависимыми.
25. Какие векторы называются линейно независимыми.
26. Дать определение базиса на плоскости.
27. Дать определение базиса в пространстве.

### Аналитическая геометрия на плоскости

1. Запишите общее уравнение прямой на плоскости.
2. Какой геометрический смысл коэффициентов при  $x$  и  $y$  в общем уравнении прямой на плоскости?
3. Запишите уравнение прямой на плоскости, проходящей через точку  $M_0(x_0, y_0)$  перпендикулярно вектору  $\vec{n} = (A, B)$ .
4. Запишите каноническое уравнение прямой на плоскости и указать геометрический смысл входящих в него параметров.
5. Запишите уравнение прямой с угловым коэффициентом и указать геометрический смысл входящих в него параметров.
6. Уравнения каких прямых не могут быть записаны в виде уравнения с угловым коэффициентом?
7. Запишите условие параллельности и условие перпендикулярности двух прямых, заданных уравнениями  $A_1x + B_1y + C_1 = 0$  и  $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ .
8. Запишите условие параллельности и условие перпендикулярности двух прямых, заданных уравнениями  $\frac{x-x_1}{m_1} = \frac{y-y_1}{n_1}$  и  $\frac{x-x_2}{m_2} = \frac{y-y_2}{n_2}$ .
9. Как найти расстояние от точки до прямой на плоскости?
10. Что называется эллипсом?
11. Запишите каноническое уравнение эллипса. Указать его оси симметрии, вершины и фокусы.
12. Что называется гиперболой?
13. Запишите каноническое уравнение гиперболы. Указать ее оси симметрии, вершины, фокусы, действительную ось, мнимую ось, асимптоты.
14. Что называется параболой?
15. Запишите каноническое уравнение параболы. Указать ее вершину, директрису, фокус, ось симметрии.
16. Что называется эксцентриситетом эллипса; гиперболы; параболы?
17. Запишите общее уравнение кривой второго порядка на плоскости. В каком случае это уравнение является уравнением эллиптического типа; гиперболического типа; параболического типа?

### Аналитическая геометрия в пространстве

1. Запишите уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  перпендикулярно вектору  $\vec{n} = (A, B, C)$ .
2. Запишите уравнение плоскости, проходящей через три точки.
3. С помощью какой формулы можно найти угол между плоскостями?

4. Запишите условие параллельности и перпендикулярности плоскостей  $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$  и  $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ .
5. Как найти расстояние от точки до плоскости; от точки до прямой в пространстве?
6. Запишите канонические уравнения прямой в пространстве и указать геометрический смысл входящих в них параметров.
7. Запишите параметрические уравнения прямой в пространстве.
8. Запишите уравнение прямой в пространстве, проходящей через две данные точки  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  и  $M_2(x_2, y_2, z_2)$ .
9. С помощью какой формулы можно найти угол между прямыми в пространстве?
10. Запишите условие параллельности и условие перпендикулярности прямых в пространстве, заданных в каноническом виде.
11. Как найти угол между прямой в пространстве и плоскостью?
12. Запишите условие параллельности и перпендикулярности прямой в пространстве и плоскости.
13. Какая поверхность называется цилиндрической?
14. Какая поверхность называется конической?
15. Какая поверхность называется поверхностью вращения?
16. Запишите общее уравнение поверхности второго порядка. Перечислите поверхности, которые может определять общее уравнение прямой.

#### Аналитические задания

1. Вычислить определитель: 
$$\begin{vmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 7 & 8 & 2 \end{vmatrix}.$$
2. Решить систему линейных уравнений: 
$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5, \\ x + y - z = 0, \\ 4x - y + 6z = 3. \end{cases}$$
3. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах:  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{j} + 2\vec{k}$
2. Вычислить определитель: 
$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 17 & 0 & 2 \end{vmatrix}.$$
3. Решить систему линейных уравнений: 
$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2 \end{cases}$$
4. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ .
5. Даны вершины четырехугольника  $A(1; -2; 2)$ ,  $B(1; 4; 0)$ ,  $C(-4; 1; 1)$  и  $D(-5; -5; 3)$ . Доказать, что диагонали  $AC$  и  $BD$  взаимно перпендикулярны
6. Найти произведение  $A \times B$  матриц  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ .
7. Вычислить площадь треугольника с вершинами  $A(7; 5; 4)$ ,  $B(1; 2; 6)$  и  $C(4; 5; -2)$ .

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(2;1;0)$ ,  $B(2;3;1)$ ,  $C(4;-2;-1)$ .

9. Решить систему линейных уравнений: 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6 \end{cases}$$

10. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = 7\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k}$ .

11. Вычислить определитель: 
$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 7 \\ 2 & 4 & -3 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

12. Вычислить объем пирамиды, построенной на векторах  $\vec{a}(2;4;0)$ ,  $\vec{b}(-2;1;3)$ ,  $\vec{c}(2;0;-1)$ .

13. Найти произведение  $A \times B$  матриц  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 7 & 2 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 2 & -4 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

14. Написать уравнения сторон  $AB$  и  $AC$ , найти угол  $A$  треугольника с вершинами  $A(0; 7)$ ,  $B(6; -1)$ ,  $C(2; 1)$ .

15. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k}$ .

16. Вычислить определитель: 
$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 7 \\ 5 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$$

17. Определить угол между векторами  $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ .

18. Найти объем треугольной пирамиды с вершинами  $A(1;2;1)$ ,  $B(2;3;5)$ ,  $C(6;4;3)$  и  $D(3;8;2)$ .

19. Найти произведение  $A \times B$  матриц  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 4 & 7 & 2 \\ 5 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 3 & -4 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

20. Вычислить определитель: 
$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

21. Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах  $\vec{a}(1; 2; 3)$ ,  $\vec{b}(-1; 3; 4)$ ,  $\vec{c}(2; 5; 2)$ .

22. 2. Найти скалярное произведение векторов  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -5\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ .

23. Найти расстояние от точки  $M_0(3;2;5)$  до плоскости  $3x-2y+4z-7=0$ .

24. Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах  $\vec{a} = \{1; -1; 1\}$ ,  $\vec{b} = \{1; 1; 1\}$ ,  $\vec{c} = \{2; 3; 4\}$ .

25. Найти угол между плоскостями  $2x - 2y + 3z - 4 = 0$  и  $x - 2y + z - 1 = 0$ .

26. Вычислить  $x$  из уравнения: 
$$\begin{vmatrix} x^2 & -4 & 9 \\ x & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

27. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j} - 2\vec{k}$  и  $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$ .

### Вопросы и задания к экзамену 2 семестр

#### Введение в математический анализ

1. Что называется функцией?
2. Что называется областью определения и множеством значений функции.
3. Какая функция называется монотонной; строго монотонной?
4. Дайте определение четной (нечетной) функции.
5. Что такое периодическая функция, период?
6. Перечислите основные элементарные функции.
7. Что называется пределом функции?
8. Определите понятие предела функции на бесконечности.
9. Сформулируйте определения односторонних пределов.
10. Сформулируйте первый замечательный предел; второй замечательный предел.
11. Что такое бесконечно малые функции? Перечислите их свойства.
12. Как сравнивают бесконечно малые функции?
13. Какие бесконечно малые функции называются эквивалентными?
14. Запишите цепочку эквивалентных бесконечно малых.
15. Что называется функцией, непрерывной в точке?
16. Что такое точки разрыва функции? Приведите классификацию точек разрыва функции.
17. Сформулируйте понятие непрерывности функции на отрезке.
18. Перечислите свойства функций, непрерывных на отрезке.

#### Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Что называется производной функции?
2. В чем состоит геометрический и механический смысл производной?
3. Чему равна производная суммы, произведения и частного двух функций?
4. Запишите формулы дифференцирования степенной и показательной функции.
5. Что называется логарифмическим дифференцированием?
6. Как найти производную показательной-степенной функции?
7. Сформулируйте определение дифференциала. Какой его геометрический смысл?
8. Как используется дифференциал в приближенных вычислениях?
9. Сформулируйте определение производной  $n$ -го порядка.
10. Запишите формулу Лейбница для производной  $n$ -го порядка произведения функций.
11. Как найти производные первого и второго порядков функции, заданной параметрически; неявной функции?

12. Что называется дифференциалом  $n$ -го порядка?
13. Сформулируйте теорему Ролля. Укажите ее геометрический смысл.
14. Сформулируйте теорему Лагранжа. Укажите ее геометрический смысл.
15. Сформулируйте правило Лопиталю для раскрытия неопределенностей типа  $\left[\frac{0}{0}\right]$  и  $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ .
16. Как раскрываются неопределенности типа  $[0 \cdot \infty]$  и  $[\infty - \infty]$  с использованием правила Лопиталю?
17. Как раскрываются степенные неопределенности с использованием правила Лопиталю?
18. Запишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
19. Запишите формулу Маклорена.
20. Как найти интервалы возрастания и убывания функции?
21. Какое необходимое условие локального экстремума?
22. Какие точки называются критическими?
23. Сформулируйте достаточное условие существования экстремума функции, связанное с производной первого порядка.
24. Сформулируйте достаточное условие существования экстремума функции, связанное с производной второго порядка.
25. Как найти промежутки выпуклости, вогнутости, точки перегиба?
26. Как найти вертикальные асимптоты графика функции; наклонные асимптоты?
27. Как найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке?

#### **Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

1. Сформулируйте определение функции  $n$  переменных, ее области определения и множества значений.
2. Сформулируйте определение функции двух переменных и ее области определения. Каков геометрический смысл этих понятий?
3. Что называется линией уровня функции двух переменных?
4. Сформулируйте определение поверхности уровня функции  $u = f(x, y, z)$ .
5. Сформулируйте определение частных производных функции двух переменных.
6. Сформулируйте определение полного дифференциала функции  $n$  переменных; двух переменных.
7. Как используется полный дифференциал в приближенных вычислениях?
8. Сформулируйте определение производной по направлению.
9. Сформулируйте определение градиента функции.
10. Как связана производная по направлению с градиентом?
11. Определите и укажите правила нахождения производных и дифференциалов высших порядков.

#### **Неопределенный интеграл**

7. Дайте определение первообразной для функции  $f(x)$  на промежутке  $(a; b)$ .
8. График какой первообразной для функции  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  пройдет через точку с координатами  $(1; 2\pi)$ ?
9. Поясните смысл операции «введение под знак дифференциала»?
10. Укажите правило применения замены переменной в неопределенном интеграле.
11. Запишите формулу интегрирования по частям.
12. Что обозначает термин «выделить целую часть неправильной дроби»?
13. На какие простейшие дроби раскладывается дробь  $\frac{x+1}{(x+1)^2(x^2+x+1)}$ ?
14. Как рационализуется интеграл  $\int R(\sin x, \cos x) dx$ ? Почему подстановка  $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$  называется универсальной?

15. Как вычисляется интеграл вида  $\sin^n x \cos^m x dx$  в зависимости от четности и нечетности показателей  $n$  и  $m$ ?
16. Как вычисляется интеграл вида  $\int \sin mx \cos nx dx$  ?
17. При помощи каких подстановок можно вычислить интегралы  $\int \sqrt{3-x^2} dx, \int \sqrt{3+x^2} dx, \int \sqrt{x^2-3} dx$ .

### Определенный интеграл.

1. Дайте определение определённого интеграла, укажите его геометрический смысл.
2. Перечислите основные свойства определённого интеграла.
3. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
4. Укажите правило применения замены переменной в определенном интеграле.
5. Выпишите формулу интегрирования по частям для определенного интеграла.
6. Дайте определение несобственного интеграла I рода и укажите его геометрический смысл.
7. Дайте определение несобственного интеграла II рода и укажите его геометрический смысл.
8. Сформулируйте признаки сходимости несобственного интеграла I рода.
9. Сформулируйте признаки сходимости несобственного интеграла II рода.
10. Как вычислить площадь плоской фигуры с помощью определенного интеграла?
11. Как вычислить длину дуги кривой в декартовой системе координат; в полярных координатах; в случае, если кривая задана параметрическими уравнениями?
12. Запишите формулу вычисления объёма тела по площадям его параллельных сечений.
13. Приведите формулу для объёмов тел вращений вокруг оси  $Ox$ , вокруг оси  $Oy$ .
14. Запишите формулу вычисления площади поверхности тела вращения.
15. Как найти массу неоднородного стержня?
16. По каким формулам находятся координаты центра тяжести плоской кривой и криволинейной трапеции?
17. Запишите формулу для вычисления работы переменной силы  $F(x)$ .

### Аналитические задания

1. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^4 - 6x^3 + 1}{3x^3 - 4x^2}$
2. Вычислить производную данной функции:  $y = \cos 5x + x^4 \ln x$
3. Найти интеграл:  $\int \frac{x dx}{(x^2 + 4)^6}$
4. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 10x}{2x^3 - 4x^2 + 7}$
5. Найти производную данной функции  $y = \arcsin 2^x$
6. Найти интеграл:  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^8}}$
7. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{20-x-x^2}{2x^2-32}$
8. Найти производную функции  $y = \frac{\cos 2x}{2 \operatorname{tg} x}$

9. Найти интеграл:  $\int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos^2 x}} dx$ .
10. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 3x^2}{\arcsin^2 2x}$
11. Найти производную функции  $y = \ln \arcsin x$
12. Найти интеграл  $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{3 + 2 \cos x}}$
13. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^6 - 5x^3 + 2}{8x - x^6 + 4}$
14. Найти производную функции  $y = x - \ln(x + 1)$ .
15. Вычислить:  $\int (\sqrt{x} + 1) dx$
16. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5 - \sqrt{6x + 1}}{2x - 8}$
17. Найти производную функции  $y = \ln \frac{1 + x}{1 - x}$ .
18. Найти интеграл:  $\int \frac{x dx}{x^2 - 7}$
19. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 7x + 1}{3x^2 + 2x + 7}$
20. Найти производную функции  $y = \frac{x}{e^x}$
21. Найти интеграл  $\int x \sin 2x dx$
22. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + 3x + 9}{1 + 4x - x^4}$
23. Найти производную  $y = (\operatorname{tg} \sqrt{x}) \sin^2 x$
24. Вычислить:  $\int \cos \frac{x}{2} dx$
25. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^4}{2 + 3x^2 - x^4}$
26. Найти производную  $y = 5^{\ln x}$
27. Найти интеграл  $\int x \cdot e^{3x} dx$
28. Вычислить интеграл  $\int_0^1 (3x^2 - 2x^3) dx$ .
29. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 4 - y^2$ ,  $y = \frac{x^2}{2}$ ,  $z = 0$ .



30. Вычислить  $\iint_D xy dx dy$ , где область  $D$  ограничена линиями  $1 \leq x \leq 3$  и  $0 \leq y \leq 2$
31. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 4 - x^2$ ,  $y = 5$ ,  $z = 0$ ,  $y = 0$ .
32. Вычислить  $\iint_D (x^2 + y) dx dy$ , где область  $D$  ограничена линиями  $1 \leq x \leq 3$  и  $0 \leq y \leq 2$ .
33. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями  $y = 3 - x^2$ ,  $y = x^2$
34. Вычислить  $\iint_D (x + y) dx dy$ , где область  $D$  ограничена линиями  $1 \leq x \leq 5$  и  $0 \leq y \leq 2$
35. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ ,  $2x - 3y - 12 = 0$ ,  $2z = y^2$ .
36. Вычислить  $\iint_D x \cdot y^4 dx dy$ , где область  $D$  ограничена линиями  $1 \leq x \leq 3$  и  $0 \leq y \leq 2$
37. Вычислить площадь фигуру, ограниченной кривыми  $x = 0$ ,  $y = \frac{3}{2}x$ ,  $y = 4 - (x - 1)^2$ .
38. Вычислить  $\iint_D (5x + y^2) dx dy$ , где область  $D$  ограничена линиями  $y = x$  и  $x = y^2$ .
39. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 4 - x^2$ ,  $y = 5$ ,  $z = 0$ ,  $y = 0$ .

### Вопросы и задания к зачету. 3 семестр

#### Дифференциальные уравнения.

1. Какое уравнение называется дифференциальным уравнением первого порядка?
2. Дайте определение общего и частного решений дифференциального уравнения первого порядка.
3. Сформулируйте теорему Коши существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка.
4. Запишите общий вид дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
5. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется однородным?
6. Запишите общий вид линейного дифференциального уравнения первого порядка.
7. Какие методы решения линейного дифференциального уравнения первого порядка вы знаете?
8. Запишите уравнение Бернулли и укажите методы его решения.
9. Сформулируйте необходимое и достаточное условие того, чтобы уравнение  $P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$  было уравнением в полных дифференциалах.
10. Какие способы решения уравнения в полных дифференциалах существуют?
11. Что такое интегрирующий множитель?
12. Дайте определение дифференциального уравнения  $n$ -ого порядка.
13. Что называется общим и частным решениями дифференциального уравнения  $n$ -ого порядка?
14. Какие типы дифференциальных уравнений высших порядков допускают понижение порядка?

15. Какие дифференциальные уравнения  $n$ -ого порядка называют линейными однородными; неоднородными? Запишите их в общем виде.
16. Какая система решений линейных однородных дифференциальных уравнений называется фундаментальной?
17. Как записывается общее решение линейных однородных дифференциальных уравнений  $n$ -ого порядка?
18. Как записывается общее решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений  $n$ -ого порядка?
19. В чём заключается метод вариации произвольных постоянных?
20. В чём заключается принцип суперпозиции решений для линейных неоднородных дифференциальных уравнений  $n$ -ого порядка?
21. Какое уравнение называют характеристическим? Как его найти?
22. Какой вид имеет общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, если корни характеристического уравнения:
23. а) действительные и различные;
24. б) равные;
25. в) комплексные;
26. Какие специальные виды правой части линейного неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -ого порядка с постоянными коэффициентами рассматриваются при подборе вида частного решения?
27. Запишите частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -ого порядка для случаев, когда правая часть  $f(x)$  имеет вид:
28. а)  $f(x) = Ae^{\alpha x}$ ,
29. б)  $f(x) = A \sin \beta x + B \cos \beta x$ ;
30. в)  $f(x) = P_m(x)e^{\alpha x}$ .
31. Какая система дифференциальных уравнений называется канонической; нормальной?
32. Сформулируйте задачу Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений.
33. Что называется общим решением нормальной системы дифференциальных уравнений?
34. Запишите линейную однородную систему дифференциальных уравнений.
35. Какова структура общего решения линейной однородной системы дифференциальных уравнений?
36. Запишите линейную неоднородную систему дифференциальных уравнений.
37. Какова структура общего решения линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений?

#### **Ряды.**

1. Числовые ряды. Сходимость.
2. Необходимый и достаточные признаки рядов (сравнения, Даламбера, Коши и интегральный).
3. Знакопеременные и знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.
4. Функциональные ряды. Равномерная сходимость.
5. Степенные ряды. Интервал сходимости.
6. Ряды Тейлора и Маклорена.
7. Применение к вычислению функций и определенных интегралов.
8. Ряд Фурье. Разложение функций в ряд Фурье с периодом  $2\pi$  и периодом  $2l$ .
9. Неполные ряды Фурье.
10. Разложение в ряды Фурье непериодических функций.

### Аналитические задания

1. Найти общее решение уравнения:  $y'' - y' = 12x + 2$
2. Решить уравнение:  $y'' - y' - 6y = 0$
3. Найти область сходимости ряда:  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2} x^n$
4. Найти общее решение дифференциального уравнения  $yy'' = (y')^2$
5. Исследовать сходимость числового ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n+2}{1+4n} \right)^{-2n}$
6. Исследовать сходимость числового ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{4^n n^2}$
7. Решить уравнение:  $y' + 4y'' - 12y = 0$
8. Найти общее решение уравнения:  $y'' + 4y = \sin x$
9. Решить уравнение:  $y'' - 2y' + 5y = 0$
10. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n+1}}$
11. Найти область сходимости ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)^2}$
12. Исследовать сходимость ряда:  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^n n}{5^n}$
13. Исследовать сходимость ряда:  $\frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{20}} + \frac{1}{\sqrt{30}} + \dots$
14. Найти общее решение уравнения  $y' = \frac{5^x}{2y}$
15. Найти область сходимости ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n} x^n$
16. Исследовать на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(n-2)!}$
17. Исследовать сходимость ряда:  $\frac{1}{2 \ln^2 2} + \frac{1}{3 \ln^2 3} + \frac{1}{4 \ln^2 4} + \dots$
18. Найти общее решение  $\frac{y'}{2 \cos x} = \frac{1}{y + 5y^7}$

### Вопросы к экзамену 4 семестр

#### Теория вероятностей

1. Какие события называются достоверными, невозможными, случайными?
2. Какие события называются совместными, несовместными, равновероятными?
3. Как обозначают и в каких случаях используют классическое и геометрическое определение вероятности?
4. Какие основные свойства вероятности?
5. Какие комбинации называются перестановками, размещениями, сочетаниями? Как обозначается и вычисляется количество этих соединений?
6. Сформулируйте теоремы сложения вероятностей совместных и несовместных событий.
7. Какие случайные события называются независимыми?

8. Как обозначают и определяют условную вероятность?
9. Сформулируйте и запишите теоремы умножения вероятностей зависимых и независимых случайных событий?
10. Каким условиям должно удовлетворять событие, чтобы его вероятность можно было найти по формуле полной вероятности? Какой вид имеет эта формула?
11. Применение формулы Байеса. Запишите формулы Байеса.
12. Что называется формулой Бернулли?
13. По каким формулам находят вероятность появления события  $A$  менее  $m$  или не менее  $m$  раз в  $n$  независимых испытаниях схемы Бернулли?
14. По какой формуле находят вероятность появления события  $A$  хотя бы один раз в  $n$  испытаниях?
15. Как найти наиболее вероятное значение числа появления события  $A$  в схеме Бернулли?
16. В каких случаях используют формулу Пуассона, локальную или интегральную формулы Муавра-Лапласа?
17. Как найти вероятность появления события в случае простого потока?
18. Что такое случайные величины, дискретные и непрерывные случайные величины?
19. Укажите основные законы распределения дискретной величины и условия их использования.
20. Как определяются и что характеризуют числовые характеристики дискретных случайных величин?
21. Как определяют функцию распределения и плотности вероятностей непрерывных случайных величин? Какие свойства имеют эти функции?
22. Какая существует связь между интегральной и дифференциальной функциями распределения вероятностей?
23. По каким формулам можно вычислить вероятность попадания случайной величины в промежуток  $(a, b)$ , используя интегральную или дифференциальную функции распределения?
24. Какие числовые характеристики существуют для непрерывных случайных величин и что характеризует каждая из них?
25. Как вычислить числовые характеристики непрерывных случайных величин?
26. Укажите основные свойства математического ожидания и дисперсии.
27. Укажите основные законы распределения непрерывных случайных величин и их вид.
28. Каковы числовые характеристики основных законов распределения дискретных и непрерывных случайных величин?
29. По каким формулам находят вероятность попадания случайной величины  $X$  в промежуток  $(a, b)$ , если  $X$  распределена по равномерному, показательному или нормальному закону?
30. Как найти функцию распределения  $Y = \varphi(X)$ , если  $X$  – дискретная или непрерывная случайная величина?
31. Как определяют начальные и центральные моменты, коэффициент корреляции и как связаны понятия корреляции, зависимости и независимости случайных величин?
32. Сформулируйте правило  $3\sigma$  и как оно используется?
33. Сформулируйте центральную предельную теорему Ляпунова.

#### **Математическая статистика**

31. Что является предметом математической статистики?
32. Сформулируйте основные задачи математической статистики.
33. Дайте определения генеральной и выборочной совокупности.
34. Охарактеризуйте сущность выборочного метода в математической статистике.

35. Дайте определения дискретного и интервального вариационных рядов.
36. Что называется эмпирической функцией распределения.
37. Что называется полигоном и гистограммой?
38. Дайте определения выборочной средней, выборочной дисперсии, выборочного среднеквадратического отклонения.
39. Дайте определение точечной оценки параметров распределения случайной величины и сформулируйте требования, предъявляемые к точечным оценкам.
40. Укажите точечные оценки математического ожидания и дисперсии.
41. Охарактеризуйте метод моментов получения точечных оценок.
42. Охарактеризуйте метод максимального правдоподобия.
43. Дайте определения доверительного интервала, доверительной вероятности, укажите точность оценки.
44. Укажите правило построения доверительного интервала для оценки математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии.
45. Укажите правило построения доверительного интервала для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестной дисперсии.
46. Укажите правило нахождения интервальной оценки среднеквадратического отклонения нормального распределения.
47. Дайте определение статистической гипотезы, основной и альтернативной гипотез.
48. Дайте определения ошибок первого и второго рода, критической области.
49. Назовите основные этапы проверки статистических гипотез.
50. Сформулируйте правило проверки гипотезы о значении математического ожидания нормального распределения.
51. Сформулируйте правило проверки гипотезы о нормальном распределении с использованием критерия Пирсона.

#### Аналитические задания

1. В цехе работают 5 автоматов. Вероятность выхода из строя автомата за смену равна 0,2. Какова вероятность того, что за смену выйдет из строя не более одного автомата?
2. На станциях отправления поездов находится 1000 автоматов для продажи билетов. Вероятность выхода из строя одного автомата в течение часа равна 0,004. Какова вероятность того, что в течение часа из строя выйдут 3 автомата.
3. Из генеральной совокупности извлечена выборка.

4. a i	5. 1	6. 3	7. 6	8. 2 6
9. n i	10. 8	11. 4 0	12. 1 0 0	13. 2

Найти несмещенную оценку генеральной дисперсии

3. Какова вероятность при трех бросаниях пары костей хотя бы раз выбросить не менее 10 очков?
4. Вероятность появления события в каждом из 100 независимых испытаний постоянна и равна  $p=0,8$ . Найти вероятность того, что событие появится не менее 65 раз и не более 75 раз.
5. Дана выборка

Интервал	2-7	7-12	12-17	17-22	22-27
----------	-----	------	-------	-------	-------

Частота	5	10	25	6	4
---------	---	----	----	---	---

Построить гистограммы частот и относительных частот.

- Из букв Н, М, И, Я, Л, О разрезной азбуки, наудачу последовательно извлекаются 3 буквы и складываются в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «ЛОМ»?
- Найти  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$  дискретной случайной величины  $X$ , заданной законом распределения:

$x_i$	1	2	3
$p_i$	0,2	0,45	0,35

- В итоге четырех измерений некоторой физической величины одним прибором получены следующие результаты:  $x_1 = 8$ ,  $x_2 = 9$ ,  $x_3 = 11$ ,  $x_4 = 12$ .  
Найти: а) выборочную среднюю результатов измерений; б) выборочную дисперсию; в) несмещенную оценку дисперсии ошибок прибора.
- Из букв Н, М, И, Я, Л, О разрезной азбуки, наудачу последовательно извлекаются 6 букв и складываются в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «МОЛНИЯ»?
- Вероятность хотя бы одного попадания в цель при трех выстрелах равна 0,936.  
Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле.
- Измерение роста группы школьников дало следующие результаты (в см.) 151, 150, 153, 152, 150, 154, 152, 149, 153, 151. Построить статистическое распределение выборки. Определить средний рост данной группы школьников и выборочную дисперсию.
- В ящике находятся 60 стандартных и 40 нестандартных деталей. Какова вероятность, что из двух взятых наудачу деталей одна окажется стандартной, а другая нестандартной?
- На станциях отправления поездов находится 1000 автоматов для продажи билетов. Вероятность выхода из строя одного автомата в течение часа равна 0,004. Какова вероятность того, что в течение часа из строя выйдут 4 автомата.
- Приведены результаты измерения роста (в см.) случайно отобранных 100 студентов

рост	164-168	168-172	172-176	176-180	180-184	184-188
число студентов	10	26	28	12	8	2

Построить гистограмму относительных частот.

## 12. Организация образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями.

Организация образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями осуществляется в соответствии с «Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащенности образовательного процесса» Министерства образования и науки РФ от 08.04.2014г. № АК-44/05вн.

В образовательном процессе используются социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в

установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе.

Студенты с ограниченными возможностями здоровья, в отличие от остальных студентов, имеют свои специфические особенности восприятия, переработки материала. Подбор и разработка учебных материалов производится с учетом индивидуальных особенностей.

Предусмотрена возможность обучения по индивидуальному графику, при составлении которого возможны различные варианты проведения занятий: в академической группе и индивидуально, на дому с использованием дистанционных образовательных технологий.

**13. Лист регистрации изменений**

№ п/п	Содержание изменения	Реквизиты документа об утверждении изменения	Дата введения изменения
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			